

「惑星の運動と分数式」

松田 修（津山高専）

物理的現象が記述された文を数式化する訓練を行う．

[準備] 以下の文を数式で表せ．

- (1) 2つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ の比は一定である．
- (2) 変数 y は変数 t に比例する．
- (3) 変数 y は変数 u の3乗に反比例する．
- (4) 変数 y は変数 t に比例し、 u の3乗に反比例する．

[1] 次の文は**ケプラーの第三法則**と呼ばれる．以下の文を数式で表せ．

「惑星の公転周期 T の2乗と、楕円軌道の半長軸 a の3乗の比は、すべての惑星で同じ値をとる．」

[2] ケプラーの第三法則から、2つの惑星 A と B があって、その楕円軌道の半長軸をそれぞれ a_1, a_2 とする． $a_1 > a_2$ とすると、惑星 A と B の公転周期についてはどのようなことがいえるか述べよ．

[3] 以下の**万有引力の法則**に関する文を数式で表せ．

(1) 「惑星の軌道が太陽を中心とする円であると仮定すると、惑星に働く向進力の大きさ F （太陽が惑星を引く力）は、惑星の質量 m に比例し、軌道半径 r の2乗に反比例する．」

(2) 「惑星が太陽を引く力の大きさ F' は、惑星に働く向進力の大きさ F に一致し、 F' は太陽の質量 M に比例する．」

(3) 「記述 (1) と (2) から F は、太陽の質量 M と惑星の質量 m の積 Mm に比例し、軌道半径 r の2乗に反比例するといえる．」

[4] 地表から高度 h のところにある質量 m の物体にはたらく万有引力の大きさ F の式を、地球の質量を M 、地球の半径を R を使って表せ．

[5] ケプラーの第三法則を使って、各惑星の軌道半長軸を求め、下の表の空欄を埋めよ。ただし、 $1 \text{ AU} = 1.496 \times 10^{11} \text{ m}$ である。

名称	英語表記	公転周期 T (年)	起動半長軸 a (AU)
水星	Mercury	0.2409	
金星	Venus	0.6152	
地球	Earth	1	1
火星	Mars	1.8809	
木星	Jupiter	11.862	
土星	Saturn	29.458	
天王星	Uranus	84.022	
海王星	Neptune	164.774	

【ねらい】 比が一定であるという意味を数式的に理解できるようにする。さらに、比例や反比例という言葉を用いて比例定数があることを意識して、式で表すことができるようにする。