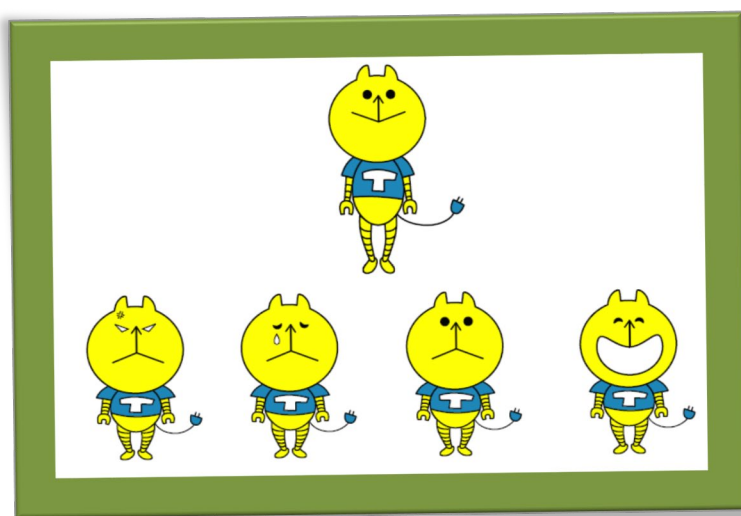


【改訂】

ためになる 算数・数学クイズ集

付録（数の美術館）



津山工業高等専門学校

数学クラブ 編

レベル0

Q 1. ○に 1 から 9 までの数字を入れて、次の式が成り立つようにしなさい。

$$\bigcirc + \bigcirc = \bigcirc \times \bigcirc$$

(こたえ)

こたえは, $0 = 2$ です。

どうして $2 + 2$ が 2×2 と同じになるのか？

この問題に真剣に取り組んだ哲学者は, 古代ギリシア哲学の第1人者であるソクラテスでした。そして, 彼の出した結論は, 「私にはわからない」でした。

Q 2. ほうそくを見つけて, ○と△に
0から9までの異なった数字を入れな
さい。

(1 , 1)

(2 , 3)

(○ , △)

(1 3 , 2 1)

(3 4 , 5 5)

(8 9 , 1 4 4)

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 5$, $\triangle = 8$ です。

これは**フィボナッチ数列**と呼ばれるものを利用した問題です。フィボナッチ数列とは,

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

という数列で, 最初が1, 1から始まり, その後は, 隣り合う2つの数の和が次の数となっている数列です。

まつぼっくりや, ひまわりの種, 植物の葉っぱの生え方などフィボナッチ数列は自然界の中にたくさん見られる不思議な数列です。

Q 3. ほうそくを見つけて、○と△に
0から9までの異なった数字を入れな
さい。

$$@ (1, 2, 1) = 2$$

$$@ (1, 3, 2) = \bigcirc$$

$$@ (1, 2, 4, 5) = 6$$

$$@ (1, 3, 4, 6) = \triangle$$

$$@ (1, 2, 8, 9) = 10$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 3$, $\triangle = 7$ です。

これはカッコの中の数字を全部足して2で割れという命令の記号が@です。

小学校のときに算数で習う記号は, $+$ や $-$, $\times$ や $\div$ などがありますが, 中学生や高校生になると, 変な記号がたくさん使われ始めます。でも, 記号の意味さえ分かれば, 数のパズルは簡単に解けるのです。

Q 4. ほうそくを見つけて, ○と□に
0から9までの異なった数字を入れな
さい。

$$9 \equiv 2$$

$$1 \ 8 \equiv 4$$

$$2 \ 7 \equiv \bigcirc$$

$$3 \ 6 \equiv 1$$

$$4 \ 5 \equiv \square$$

$$5 \ 4 \equiv 5$$

$$6 \ 3 \equiv 0$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 6$, $\triangle = 3$ です。

これは7で割った余りを求めよという問題です。

やはり, 記号 $\equiv$ の意味を, あーでもないこーでもない, よーく想像してみるのです。そうすればひらめきます。

Q 5. ほうそくを見つけて、○と□に
0から9までの異なった数字を入れな
さい。

$$L(2, 4) \equiv 2$$

$$L(3, 9) \equiv 2$$

$$L(2, 16) \equiv 4$$

$$L(3, 81) \equiv 4$$

$$L(5, 25) \equiv \bigcirc$$

$$L(6, 216) \equiv \square$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 2$, $\square = 3$ です。

4 は 2 で 2 回割れる。

9 は 3 で 2 回割れる。

16 は 2 で 4 回割れる。

81 は 3 で 4 回割れる。

これはログといわれる数学です。

$L(a, x)$ と書いたら, x は a で何回割れるかという意味です。

実際の数学では $\log_a x$ と書きます。

レベル 1

Q 1. ○と△と□に 0 から 9 までの
異なった数字を入れて、次の式が成り立
つようにしなさい。

$$\bigcirc\triangle\times\triangle\bigcirc=\bigcirc\square\bigcirc$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 2$, $\triangle = 1$, $\square = 5$ です。

$\bigcirc\square\bigcirc$ となるような数字を**回文**といいます。

二ケタの数で, 各桁の数字を入れ替えて, それらの積(かけ算)が, 回文となるものは, 11 と 22 と 12 と 21 しかないのです。

Q 2. ○と△と□に0から9までの
異なった数字を入れて、次の2つの式が
同時に成り立つようにしなさい。

$$\bigcirc \times \triangle = \square \bigcirc$$

$$\bigcirc + \triangle - \square = \square \times \bigcirc$$

(こたえ)

こたえは， $\bigcirc = 4$ ， $\triangle = 6$ ， $\square = 2$ です。

まず， 1 のかけ算で考えると $\square = 0$ となってダメです。

2 以上のかけ算で $\bigcirc \times \triangle = \square \bigcirc$ となるような数字を探すと，
 2×6 ， 4×6 ， 5×3 ， 5×7 ， 5×9 ， 8×6 しかありません。これをヒントに考えればよいのです。

Q 3. ○と△と□に 0 から 9 までの
異なった数字を入れて、次の 2 つの式が
同時に成り立つようにしなさい。

$$\bigcirc + \triangle + \square = \bigcirc \times \triangle \times \square$$

こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 1$, $\triangle = 2$, $\square = 3$ です。

このような性質をもつ数は6意外にありません。6と同じような性質をもつ数に**完全数**という数があります。その数は自分以外の約数を全部足すとその数になる数のことです。完全数は小さい方から,

1, 28, 496, 8128, ...

と続きます。完全数がどのくらいあるのか, 有限個なのかそれとも無限にあるのかどうか全く分かっていません。また, 奇数の完全数があるのかも分かっていません。

2010年現在43個の完全数が, コンピュータを使って見つかっています。

Q 4. ○と△と□に 0 から 9 までの
異なった数字を入れて、次の式が成り立
つようにしなさい。

$$\bigcirc\triangle\bigcirc\times\square\triangle\triangle\square=\bigcirc\triangle\bigcirc\bigcirc\triangle\bigcirc$$

(こたえ)

こたえは、 $\triangle = 0$ ， $\square = 1$ で， $\bigcirc$ は0と1以外のどんな数でもOKです。

実は、自分の好きな3つの数字を考え3ケタの数を作ります。そして、それを2回横に並べて6ケタの数字を作ると、それは必ず1001で割れて、しかも最初に考えた3ケタの数字に戻るという法則（**3ケタの法則**）があります。

たとえば、385を考えます。次にそれを使って、385385という6ケタの数をつくり、それを1001で割ると、385に戻るのです。

試しに、電卓でやってみてください。

実は、1001という数は意外な数で、4番目、5番目、6番目の素数という連続した3つの素数をかけたものとなっています。つまり、 $1001 = 7 \times 11 \times 13$ なのです。

Q 5. ○と△と□に 0 から 9 までの
異なった数字を入れて、次の式が成り立
つようにしなさい。答えは 3 パターンあ
ります。

$$\bigcirc\triangle + \triangle\bigcirc = \square \times \square\square$$

(こたえ)

こたえは、 $\bigcirc = 1, \triangle = 3, \square = 2$ か $\bigcirc = 4, \triangle = 5, \square = 3$ か $\bigcirc = 7, \triangle = 9, \square = 4$ の3パターンです。

この問題には以下の法則がかくれています。まず、2ケタの数とその数字を反対にしたものを足します。すると、それはかならず11で割れて、しかも計算すると元の2桁の2つの数字を足してできた数になるという法則です。たとえば、 $17 + 71 = 88$ で、 $88 \div 11 = 8$ となり、8は17に出てくる2つの数字をたしたもの、つまり1+7です。

この問題は、右の $\square \times \square \square$ がヒントになります。平方数 $\times 11$ を考えればよいのです。ちなみに**平方数**とは1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81のような同じ数字を2回かけてできる数のことです。

Q 6. 次の数の列の規則を見つけて、
○の中に適当な数字を入れなさい。

1, 3, 4, 7, 11, 18, ○, 47, 76,...

(こたえ)

こたえは, $O = 29$ です。

これはフィボナッチ数列の応用です。フィボナッチ数列は,

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

という数列で, 最初が1, 1から始まり, その後は, 隣り合う2つの数の和が次の数となっている数列でした。この問題の数列は最初が1, 3から始まり, あとはフィボナッチ数列と同じ規則でできています。

Q 7. ○と△と□と◇に0から9までの異なった数字を入れて、次の2つの式が同時に成り立つようにしなさい。

$$\bigcirc \triangle \times \bigcirc \triangle = \square \diamond \square \triangle$$

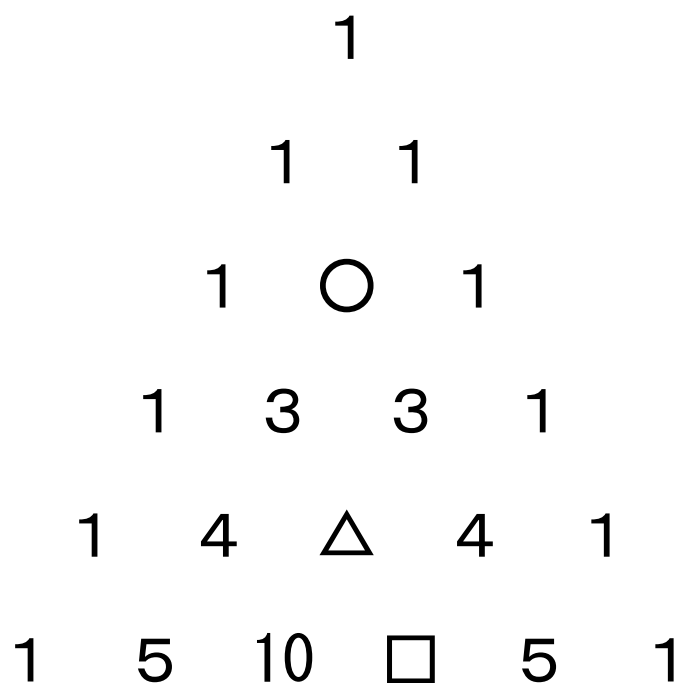
$$\square \diamond + \square \triangle = \bigcirc \triangle$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 4$, $\triangle = 5$, $\square = 2$, $\diamond = 0$ です。

この問題は2桁の**カプレカー数**を探す問題です。1桁のカプレカー数は9です。なぜなら, $9 \times 9 = 81$ で, 81を半分にして足すと $8 + 1 = 9$ と元になるからです。このように, 同じ数を2回かけて, その後, その答えにならんだ数字を半分に分割して, 得られた2つの数を足すと最初の数になるものがカプレカー数です。 $45 \times 45 = 2025$ で, $20 + 25 = 45$ なので45はカプレカー数です。2桁のカプレカー数はこれ以外には55と99があります。

Q 8. つぎの数の並びの規則を考えて、○と△と□に適当な数字を入れなさい。

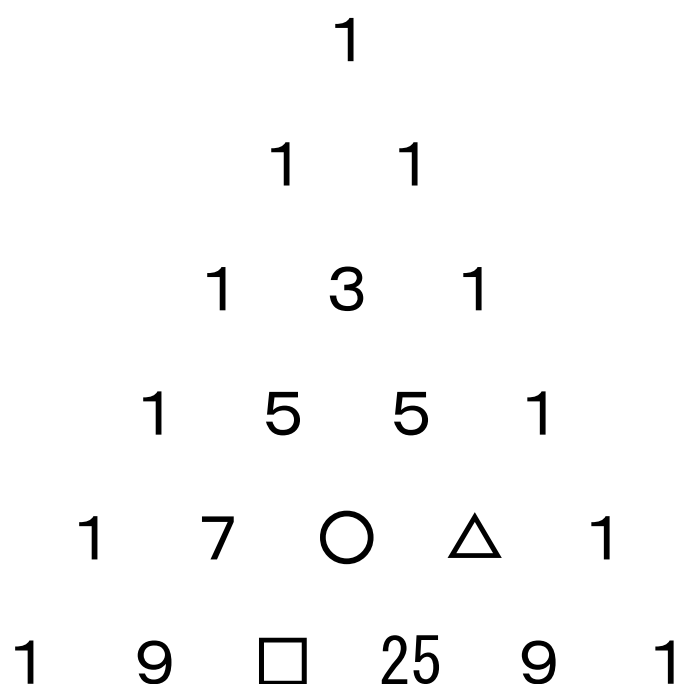


(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 2$, $\triangle = 6$, $\square = 10$ です。

この数の三角形は**パスカル三角形**と呼ばれています。パスカル三角形は, となりどうしの2つの数を足した数を, その間のすぐ下の段に書いて作っていく三角形のことです。算数や数学を勉強していくと, パスカル三角形に関係することが結構あります。科学でもよく使われます。

Q 9. つぎの数の並びの規則を考えて、○と△と□に適当な数字を入れなさい。



(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 13$, $\triangle = 7$, $\square = 25$ です。

この数の三角形はパスカル三角形に規則が似ている三角形です。パスカル三角形と違う点は, となりどうしの2つの数だけでなくその間の一つ上の段も足した数を, その間のすぐ下の段に書いて作っていく三角形のことです。

このように考えてみると, みなさんもパスカル三角形に似た三角形を作って, 数字クイズをつくることができると思いますか。

Q 1 0. ○と□に 0 から 9 までの異
なった数字を入れて、次の式が成り立つ
ようにしなさい。

$$\bigcirc^{\square} = \square\bigcirc$$

(こたえ)

こたえは、 $\bigcirc=5$ ， $\square=2$ です。

例えば、 5^2 という記号は、 5×5 のことです。 5^2 は“**5の2じょう**”とよみます。 5^3 という記号は、 $5 \times 5 \times 5$ のことです。 5^3 は“**5の3じょう**”とよみます。このように同じ数を何回かけるときに、簡単に、このような記号で書きます。 5^1 ， 5^2 ， 5^3 ， 5^4 ， 5^5 ，…と縦に書いてみると不思議な現象が現れます。

一桁目は5だけ，二桁目は2だけが現れます。そして三桁目は1と6が交互に現れます。さらに，4桁目を調べてみると，3，5，8，0が繰り返します。その繰り返す数字の個数は，3桁目以降は 2^1 ， 2^2 ， 2^3 ， 2^4 ，…となっているのです。

$5^1=$	5
$5^2=$	2 5
$5^3=$	1 2 5
$5^4=$	6 2 5
$5^5=$	3 1 2 5
$5^6=$	1 5 6 2 5
$5^7=$	7 8 1 2 5
$5^8=$	3 9 0 6 2 5
...	

Q 1 1. ○と□と△に 0 から 9 までの
の異なった数字を入れて、次の式が成り
立つようにしなさい。

$$\bigcirc^{\square} + \square^{\triangle} = \triangle^{\square}$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 1$, $\square = 2$ $\triangle = 3$ です。

このような面白い数の組の中で, 有名なものは,
 $3^2 + 4^2 = 5^2$ や $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$ などがあります。

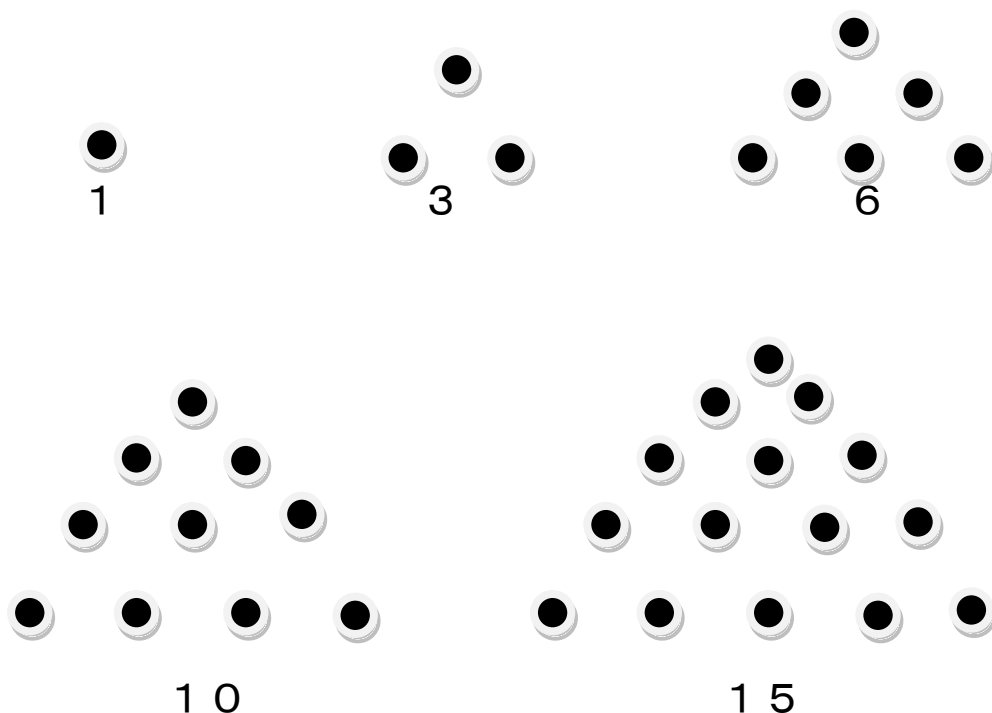
Q 1 2. 次の数の列の規則を見つけて、○の中に適当な数字を入れなさい。

1, 3, 6, 10, 15, ○, 28, 36,...

(こたえ)

こたえは, $0 = 2 \ 1$ です。

この数の列は**三角数**の列といいます。三角数とは石を三角形に並べたときの数のことです。最初は1個, 次に2個たして三角形を作り, その次は3個足してもう少し大きな三角形を作り, その次は4個足して, その次は5個足してというようにして三角数を作っていきます。下の図を見てください。



レベル 2

Q 1. ○と△と□に 1 から 1 0 までの
の異なった数字を入れて、次の二つの式
が同時に成り立つようにしなさい。

$$\bigcirc^2 + \triangle^2 = \square^2$$

$$\bigcirc + \triangle + \square = (\bigcirc \times \triangle) \div 2$$

(こたえ)

こたえは、 $\bigcirc=6$ ， $\triangle=8$ ， $\square=10$ です。

この問題は**ピタゴラス三角形**の中で、面積と周の長さが同じものを探す問題です。ピタゴラス三角形とは、直角三角形で各辺の長さが自然数であるものをいいます。 s, t を0以外の好きな数字を選んで、

$$a = s^2 - t^2, \quad b = 2 \times s \times t, \quad c = s^2 + t^2$$

を計算すると、 $a^2 + b^2 = c^2$ をみたします。つまり、こうやって出した a, b, c が直角三角形の3辺となっているのです。たとえば、 $s=4, t=2$ とすると、 $a = 4^2 - 2^2 = 12$ ， $b = 2 \times 4 \times 2 = 16$ ， $c = 4^2 + 2^2 = 20$ となります。

面積と周の長さが一致するピタゴラス三角形は、こたえの他にもあと1つだけあって、それは $a=5, b=12, c=13$ です。

Q 3. ○と△と□に 0 から 9 までの
異なった数字を入れて、次の式が同時に
成り立つようにしなさい。

$$\bigcirc^{\triangle}-1=\bigcirc\times\triangle+1$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 2$, $\triangle = 3$ です。

$\triangle$ に入る数を素数だけで考えます。そして, もし, $\bigcirc^\triangle - 1$ が素数なら, そのとき $\bigcirc^\triangle - 1$ のことを**メルセンヌ素数**と呼んでいます。メルセンヌ素数は完全数の研究にとっても重要で, $\bigcirc^\triangle - 1$ がメルセンヌ素数なら, $\bigcirc^{\triangle-1} \times (\bigcirc^\triangle - 1)$ が完全数になるのです。

メルセンヌ素数が有限なのか無限にあるのかは, まだわかっていません。メルセンヌ素数は下から, 3, 7, 31, 127, 8191, 131071, 前の問題の数 31 と 8191 はどちらもメルセンヌ素数であって, さらに, p をメルセンヌ素数としたとき, $M = 2^{2^{p-1}} - 1$ を考えると, $p = 3$ のとき $M = 31$, $p = 7$ のとき $M = 8191$ となるのです。

Q 4. ○と△に 1 から 9 までの異な
った数字を入れて、次の式が成り立つよ
うにしてください。

$$1 + \bigcirc^1 + \bigcirc^2 = 1 + \triangle^1 + \triangle^2 + \triangle^3 + \triangle^4$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 5$, $\triangle = 2$ です。

問題の意図は, 1 から連続した数の累乗の和として, 2 通りに表される数を見つけることで, この問題の数は 31 です。このような数は, あとは 8191 しか知られていないようです。

Q 5. ○, △, □, ◇に1から9までの
 の異なった数字を入れて、次の式が成り
 立つようにしなさい。

$$1 = 1^2$$

$$1 + \bigcirc + 1 = \bigcirc^2$$

$$1 + \bigcirc + \triangle + \bigcirc + 1 = \triangle^2$$

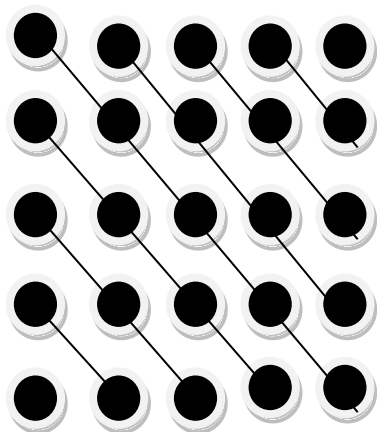
$$1 + \bigcirc + \triangle + \square + \triangle + \bigcirc + 1 = \square^2$$

$$1 + \bigcirc + \triangle + \square + \diamond + \square + \triangle + \bigcirc + 1 = \diamond^2$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc=2$, $\triangle=3$, $\square=4$, $\diamond=5$ です。

問題の意図は, 平方数の面白い性質を見つけることです。
これは正方形に並べた石を斜めに数える問題なのです。



Q 6. ○, △, □に 1 から 9 までの
異なった数字を入れて、次の式が成り立
つようにしなさい。

$$3^3 + \bigcirc^3 + \triangle^3 = \square^3$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 4$, $\triangle = 5$, $\square = 6$ です。

$6^3 = 216$ は, 3 乗数の和で表せる**最小の三乗数**です。

次に小さいものが

$$9^3 = 1^3 + 6^3 + 8^3$$

です。

Q 7. ○と□に 1 から 9 までの異な
った数字を入れて、次の式が成り立つよ
うにしろ。

$$5^2 + \bigcirc^2 = 1^2 + \square^2$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 5$, $\square = 7$ です。

50 は二つの平方数の和として 2 通りに表わせる最小の数
です。このような数は, その後

65, 85, 145, ...

と続きます。

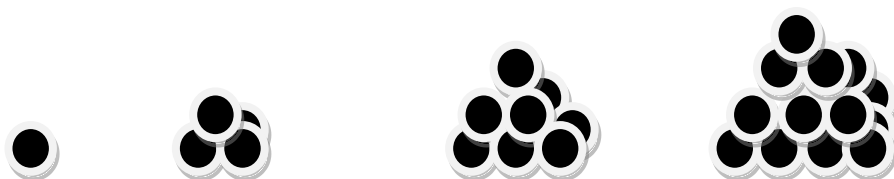
Q 8. 次の数の列の規則を見つけて、
○の中に適当な数を入れなさい。

1, 4, 10, ○, 35, 56, …

(こたえ)

こたえは, $0 = 20$ です。

この数列は**三角錐数（四面体数）**という数列で, 石を三角錐に積み重ねて作っていきます。



三角錐数はパスカル三角形の4列目にもなっていて, このことを知っていれば簡単に三角錐数を求めることができます。

1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

Q 9. ○, □に 1 から 9 までの異な
った数字を入れて、次の式が成り立つよ
うにしろ。

$$12^3 + \bigcirc^3 = 10^3 + \square^3$$

(こたえ)

こたえは、 $\bigcirc = 1$ ， $\square = 9$ です。

この計算の答えは1 7 2 9です。

1 7 2 9は数学者としてみんなが憧れるインドの天才数学者**ラマヌジャン**の逸話にでてくる数字です。

それは、**G. H. ハーディー**という数学者がラマヌジャンの病床を見舞ったとき、

「ここに来るとき拾ったタクシーのナンバーは

1 7 2 9で、その数は私にとってどうという数ではなかったし、それがよくない前兆ではないように願っていた」と言いました。その直後に「違う」とラマヌジャンが答えました。

「それはたいへんおもしろい数だよ。だって、**2組の3乗数の和で2通りに表される最小の数**なんだよ」

といったということです。

Q 1 0. ◇, □, △に 0 から 9 までの
の異なった数字を入れて、次の式が成り
立つようにしなさい。

$$1 \diamond \square \triangle - \triangle \square \diamond 1 = 1 \triangle \square \diamond$$

(こたえ)

こたえは, $\diamond = 9$, $\square = 8$, $\triangle = 0$ です。

ある数の逆順に並べ換えたものを, もとの数から引くと, その差が, もとの数の数字を入れ換えたものになっている4桁の数です。

このような4桁の数は,

$$5823 - 3285 = 2538$$

$$3870 - 0783 = 3087$$

$$2961 - 1692 = 1269$$

$$9108 - 8019 = 1089$$

しかありません。

Q 1 1. 以下, 数表から数字 6 の不思議な性質を発見せよ。

$$6^2 = 36$$

$$66^2 = 4356$$

$$666^2 = 443556$$

$$6666^2 = 44435556$$

(こたえ)

こたえは,

$$3 + 6 = 9$$

$$4\ 3 + 5\ 6 = 9\ 9$$

$$4\ 4\ 3 + 5\ 5\ 6 = 9\ 9\ 9$$

$$4\ 4\ 4\ 3 + 5\ 5\ 5\ 6 = 9\ 9\ 9\ 9$$

というように、半分に区切って前半部と後半部を足すと、
9が並ぶのです。

Q 1 2. 以下の式が成り立つように図形の中に適当な数を入れよ。

$$\bigcirc^3 + \square^3 = (\bigcirc + \square)^2$$

$$\bigcirc^3 + \square^3 + \triangle^3 = (\bigcirc + \square + \triangle)^2$$

$$\bigcirc^3 + \square^3 + \triangle^3 + \diamond^3 = (\bigcirc + \square + \triangle + \diamond)^2$$

(こたえ)

こたえは,

$$1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1 + 2 + 3 + 4)^2$$

です。

日本では高校生になると1乗和の公式と2乗和の公式を習います。それが,

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

です。そして,

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = (1 + 2 + \cdots + n)^2$$

となっているのです。さて、次にこのような面白い法則となるのは何乗のときなのでしょうかねえ。

Q 1 3. 以下の式が成り立つように図形の中に適当な数を入れよ。

$$\bigcirc^3 + \square^3 + \triangle^3 = \bigcirc \square \triangle$$

(こたえ)

こたえは、4つあって、

$$(\bigcirc, \square, \triangle) = (1, 5, 3), (3, 7, 0), \\ (3, 7, 1), (4, 0, 7)$$

これらは、3桁の数で、各桁の3乗の和が、元の自然数に等しくなる数で、3桁の**ナルシスト数**と呼ばれています。

1桁のナルシスト数は、1から9の全ての数であり、

4桁のナルシスト数は、例えば、1 6 3 4があり、

$$1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4 = 1634$$

で、8 2 0 8, 9 4 7 4が4桁のナルシスト数です。

ところが、2桁のナルシスト数は存在しません。

ナルシスト数は全部で87個存在します。最大のナルシスト数は39桁で、

115132219018763992565095597973971522401

です。

Q 1 4. 以下の式が成り立つように図形の中に適当な数を入れよ。

$$\bigcirc^3 + \bigcirc^3 = \square \bigcirc \triangle$$

$$\square^3 + \bigcirc^3 + \triangle^3 = \clubsuit \diamond \diamond$$

$$\clubsuit^3 + \diamond^3 + \diamond^3 = \bigcirc \bigcirc$$

(こたえ)

こたえは, $\bigcirc = 5$, $\square = 2$, $\triangle = 0$, $\diamond = 3$, $\clubsuit = 1$

これは, **5 5に関する問題**である。すなわち, 5 5は, 5 5を各桁に分けて3乗し, 和をとる。得られた数に同じ処理をすると, 3回目に5 5が再び現れるのである。

$$\begin{aligned} 55 &\rightarrow 5^3 + 5^3 = 250 \rightarrow 2^3 + 5^3 + 0^3 = 133 \\ &\rightarrow 1^3 + 3^3 + 3^3 = 55 \end{aligned}$$

5 5については, 5番目の四角錐数であり, 3角数でかつ平方数である1以外の最初の数であり, 4番目のカプレカー数でもある。すなわち, $55^2 = 3025 \rightarrow 30 + 25 = 55$ である。

Q 1 5. 以下は, 1 から 1 6 までを使った 4 次の魔方陣である。空欄に数字をいれて魔方陣を完成させよ。

	2		
	1 6		1 4
	1 1		
	5		4

*ここでいう 4 次の魔方陣とは, 横の合計も縦の合計も斜めの合計も, どれも 3 4 となっている方陣のこと。

(こたえ)

こたえは,

8	2	1 5	9
3	1 6	1	1 4
1 0	1 1	6	7
1 3	5	1 2	4

4 次の魔方陣は 8 8 0 種類あります。

5 次の魔方陣は 275, 305, 224 種類あります。

6 次の魔方陣は何種類あるかまだわかっていません。

3 次の魔方陣は、実質的には下の 1 種類だけです。

4	9	2
3	5	7
8	1	6

津山洋学資料館には、3 次の魔方陣が飾られていますが、間違っただけになっています。今度行かれたらチェックすると楽しいです。

付録

数の美術館

アート No. 1

$$(6 \times 9) + (6 + 9) = 69$$

69について

69の約数は、1, 3, 23, 69であり、これらの和は、

$$1 + 3 + 23 + 69 = 96$$

となる。

また、

$$69 = 4^3 + 4 + 1$$

であるが、 $n^3 + n + 1$ となる数は、

$$31 = 3^3 + 3 + 1$$

$$131 = 5^3 + 5 + 1$$

などがある。

アート No. 2

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9 = 100$$

100について

$10^2 = 100$ である数100に関する面白い計算としては、
以下があります。

$$(1 + 2 + 3 + 4)^2 = 100$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100$$

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

$$1 + 2 + 3.4 + 5.6 + 7 + 8 \times 9 = 100$$

$$1 \times 2 \times 3 - 4 \times 5 + 6 \times 7 + 8 \times 9 = 100$$

アート No. 3

$$1 + 2 = 3$$

$$4 + 5 + 6 = 7 + 8$$

$$9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$$

自然数の分割和

自然数1,2,3,4,5,6,7,...をうまく分割すると、美しい数のパターンが浮かび上がります。

以下式も同様に美しい数のパターンです。

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

$$21^2 + 22^2 + 23^2 + 24^2 = 25^2 + 26^2 + 27^2$$

上のパターンの特徴は、次の式から得られています。

$$1 \text{ 行目} : 3 = 1 + 2, \quad 3^2 = 9 = 4 + 5$$

$$2 \text{ 行目} : 5 = 2 + 3, \quad 5^2 = 12 + 13$$

$$3 \text{ 行目} : 7 = 3 + 4, \quad 7^2 = 24 + 25$$

では、4行目はどうなるでしょう？

$$4 \text{ 行目} : 9 = 4 + 5, \quad 9^2 = 40 + 41$$

となるので、

$$36^2 + 37^2 + 38^2 + 39^2 + 40^2 = 41^2 + 42^2 + 43^2 + 44^2$$

となります。

アート No. 4

$$1^1 + 3^2 + 5^3 = 135$$

3桁以上に現れる奇跡的な数

135以外でこのパターンをもつ数は,

$$1^1 + 7^2 + 5^3 = 175$$

$$5^1 + 1^2 + 8^3 = 518$$

$$5^1 + 9^2 + 8^3 = 598$$

$$2^1 + 6^2 + 4^3 + 6^4 + 7^5 + 9^6 + 8^7 = 2646798$$

このパターン以外にも興味深いものとして

$$3^3 + 7^3 + 1^3 = 371$$

$$4^3 + 0^3 + 7^3 = 407$$

$$12^2 + 33^2 = 1233$$

$$1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4 = 1634$$

$$8^4 + 2^4 + 0^4 + 8^4 = 8208$$

$$16^3 + 50^3 + 33^3 = 165033$$

$$5^6 + 4^6 + 8^6 + 8^6 + 3^6 + 4^6 = 548834$$

$$1^7 + 7^7 + 4^7 + 1^7 + 7^7 + 2^7 + 5^7 = 1741725$$

$$2^8 + 4^8 + 6^8 + 7^8 + 8^8 + 0^8 + 5^8 + 0^8 = 24678050$$

アート No. 5

$$3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5 = 3435$$

3桁以上に現れる心しびれる奇跡的な数

$$3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5 = 3435$$

このパターンをもつ次の数は,

$$4^4 + 3^3 + 8^8 + 5^5 + 7^7 + 9^9 + 0^0 + 8^8 + 8^8 = 438579088$$

なのです。

そして、これ以降、このパターンをもつ数は存在しません。

しかし,

$$7^1 + 7^3 + 7^1 + 7^7 + 7^7 + 7^3 + 7^8 + 7^8 = 13177388$$

は、いかがでしょう。

アート No. 6

$$73 \times 9 \times 42 = 7 \times 3942$$

2通りの奇妙な掛け算の一致

信じられない気持ちになる掛け算です。当然

$$73 \times 9 \times 420 = 7 \times 39420$$

も成り立ちます。

少し違うパターンですが、

$$3^4 \times 425 = 34425$$

$$3^4 \times 4250 = 344250$$

$$31^2 \times 325 = 312325$$

$$31^2 \times 3250 = 3123250$$

などもあります。

アート No. 7

$$12^2 = 144 \rightarrow 21^2 = 441$$

ミラー数と呼ばれている数です。

$$13^2 = 169 \rightarrow 31^2 = 961$$

$$102^2 = 10404 \rightarrow 201^2 = 40401$$

$$103^2 = 10609 \rightarrow 301^2 = 60901$$

$$112^2 = 12544 \rightarrow 211^2 = 44521$$

$$113^2 = 12769 \rightarrow 311^2 = 96721$$

$$1012^2 = 1024144 \rightarrow 2101^2 = 4414201$$

$$1112^2 = 1236544 \rightarrow 2111^2 = 4456321$$

$$1212^2 = 1468944 \rightarrow 2121^2 = 4498641$$

$$2012^2 = 4048144 \rightarrow 2102^2 = 4418404$$

アート No. 8

$$1 + 3 + 6 = 10$$

$$15 + 21 + 28 + 36 = 45 + 55$$

$$66 + 78 + 91 + 105 + 120 = 136 + 153 + 171$$

三角数のパターン

三角数は

$0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, \dots$

というもので、隣り合う三角数の差をとって並べると、

$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \dots$

となります。そして、隣り合う自然数の平方の差をとると、

$0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, \dots$

と三角数に戻ります。それでは三角数の平方を考えると、

$0, 1, 9, 36, 100, 225, 441, 784, 1296, 2025, 3025, 4356, 6084, \dots$

ですが、隣り合う数の差をとると、

$1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, 1331, 1728, 2197, \dots$

というように、自然数の3乗が並びます。

アート No. 9

$$7 \times 11 \times 13 = 1001$$

$$7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 = 323323$$

アラビアンナイト数 1001

$$1001 = \frac{11 \times 12 \times 13 \times 14}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$$

a, b, c を1～9までの好きな数とすると $abcabc$ は7でも11でも13でも割り切れる。たとえば,

$$935935 \div 7 = 133705$$

$$935935 \div 11 = 85085$$

$$935935 \div 13 = 71995$$

である。そして,

$$((935935 \div 7) \div 11) \div 13 = 935$$

となる。

アート No. 10

$$46^5 = 205962976$$



$$2 + 0 + 5 + 9 + 6 + 2 + 9 + 7 + 6 = 46$$

46 とシェイクスピア

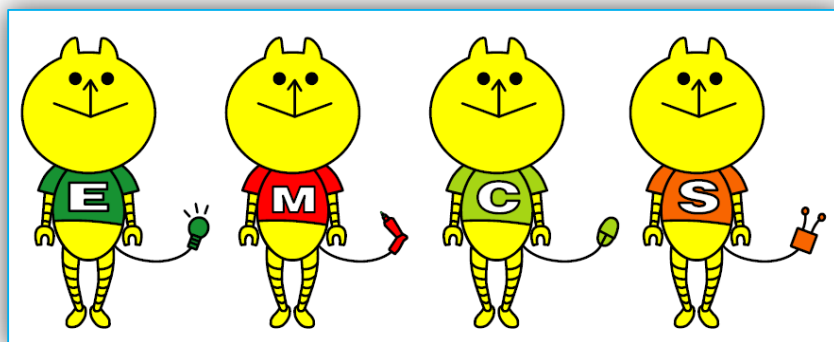
シェイクスピア（1564－1616）と 1611 年に刊行された欽定訳聖書
（Authorized Version／King James Version）

1611 年、シェイクスピアの年齢は 46 歳だった。

欽定訳の『詩編』第 46 編の第 46 番目の word と、後ろから Selah を除いた第 46 番目の word にはある暗号が隠されていた。

欽定訳の『詩編』第 46 編

- 1 God is our refuge and strength, a very present help in trouble.
- 2 Therefore will not we fear, though the earth be removed, and though the mountains be carried into the midst of the sea;
- 3 Though the waters thereof roar and be troubled, though the mountains shake with the swelling thereof. Selah.
- 4 There is a river, the streams whereof shall make glad the city of God, the holy place of the tabernacles of the most High.
- 5 God is in the midst of her; she shall not be moved: God shall help her, and that right early.
- 6 The heathen raged, the kingdoms were moved: he uttered his voice, the earth melted.
- 7 The LORD of hosts is with us; the God of Jacob is our refuge. Selah.
- 8 Come, behold the works of the LORD, what desolations he hath made in the earth.
- 9 He maketh wars to cease unto the end of the earth; he breaketh the bow, and cutteth the spear in sunder; he burneth the chariot in the fire.
- 10 Be still, and know that I am God: I will be exalted among the heathen, I will be exalted in the earth.
- 11 The LORD of hosts is with us; the God of Jacob is our refuge. Selah.



津山高専のゆるきゃらー“てくにゃん”たちです。