

問題 6-3 「地震のエネルギーとマグニチュードの関係のモデル」

【解答】 C, E

【解説】 この問題の核心は、「M の足し算（加法的変化）」が「E の掛け算（乗法的変化）」に対応する関係性を見抜くことである。

なぜ C. 対数モデルと E. 指数モデルが適切か. まず, より直感的な指数モデル $E = a10^{bM}$ で考えてみる. マグニチュードが M のときのエネルギーは $E = a10^{bM}$ である. マグニチュードが $M + 2$ になったときのエネルギー $E(M + 2)$ は, $E(M + 2) = a \cdot 10^{b(M+2)} = a10^{bM}10^{2b} = E(M) \cdot 10^{2b}$ となる. この式は, 「マグニチュードが 2 増えると, エネルギーは $10^{(2b)}$ 倍になる」ことを示している. 問題文の条件から $10^{2b} \approx 1000$ となるように定数 b を設定すれば (具体的には $b = 1.5$), このモデルは現象を説明できる. さらに, この指数モデルの式を M について解くと, E. 対数モデルと同じ形になる. すなわち,

$$E = a10^{bM} \Rightarrow \frac{E}{a} = 10^{bM} \Rightarrow \log_{10} \frac{E}{a} = bM \Rightarrow M = \frac{1}{b} \{\log_{10} E - \log_{10} a\}$$

ここで, $a' = \frac{1}{b}$, $b' = \frac{1}{b} \log_{10} a$ と置くと, $E = a' \log_{10} E + b'$ という形になる.

A. 線形モデルと B. 二次関数モデル: これらのモデルでは, M の増加が E の「足し算」の変化に対応する. 例えば, M が 2 増えるときの E の変化量は, E 自体の値に依存している. したがって, 「常に 1000 倍になる」というような, 乗法的な (掛け算の) 関係を表現することはできない.

D. べき乗モデル: このモデルも, M の加法的変化と E の乗法的変化を直接結びつけることは困難で, 今回の条件をうまく説明できない.