

2019年9月24日

提案者：松田 修

問題. 某会社では，製品 X と Y を生産している。そして，これらを生産するには3種類 A,B,C の資源を必要とする。これらの製品 X と Y を1kg生産するための資源 A,B,C の必要量と，今年のそれらの資源の調達可能量は以下の通りである。

資源	X	Y	現在の調達可能量
A	4	5	検討中
B	6	4	20,000
C	3	10	30,000

ただし，Aについては過去4年間の調達実績量を以下に挙げる。

年	4年前	3年前	2年前	1年前
調達実績量	16,800	17,400	18,000	19,000

X の価格は1kg当たり 0.7 千円， Y の価格は1kg当たり1.2 千円である。 x を X の生産量， y を Y の生産量としたとき， X と Y を合算した生産売り上げを最大にするには，生産量 x と y をどのように計画すればよいか。

解答例

線形計画法で考える。

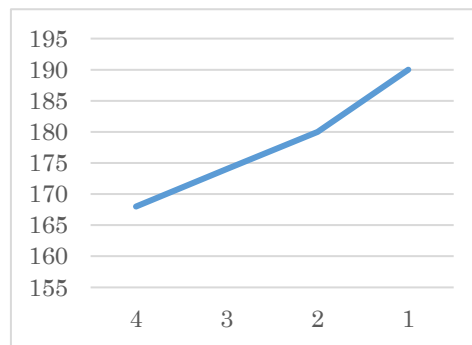
目的関数： $z = 0.7x + 1.2y$

制約条件：

$$4x + 5y \leq \varphi, \quad 6x + 4y \leq 20000, \quad 3x + 10y \leq 30000$$

となる。

φ が推定できれば、目的関数 z が決まる。 φ の過去の実績量は以下のグラフの通りである。



これより、 φ の t 年前に対する回帰直線の式を求めると、

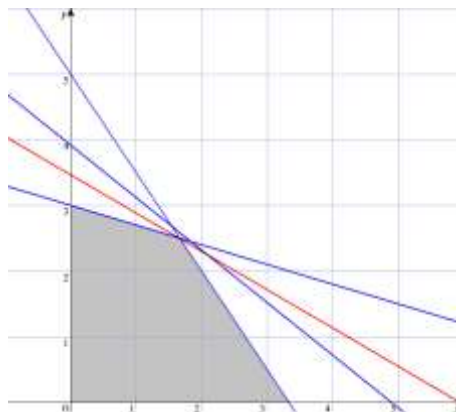
$$\varphi = 7.2(5 - t) + 16000$$

したがって、今年度 $t = 0$ のとき、

$$\varphi = 7.2(5 - 0) + 160 = 19600$$

となる。

制約条件を図示すると以下のようになり、 $6x + 4y = 20000$ 、 $3x + 10y = 30000$ の交点 (x, y) を $z = 0.7x + 1.2y$ に代入して得られた z が最大になる。



連立方程式 $6x + 4y = 20000$ 、 $3x + 10y = 30000$ より、

$$x = \frac{5000}{3}, \quad y = 2500, \quad z = \frac{12500}{3}$$

を得る。

(別解) シンプレックス法で求める。すなわち,

$$\begin{pmatrix} -0.7 & -1.2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ s \\ t \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 19600 \\ 20000 \\ 30000 \end{pmatrix}$$

を考える。

$$\begin{pmatrix} -0.7 & -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 1 & 0 & 0 & 19600 \\ 6 & 4 & 0 & 1 & 0 & 20000 \\ 3 & 10 & 0 & 0 & 1 & 30000 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_4/10} \begin{pmatrix} -0.7 & -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 1 & 0 & 0 & 19600 \\ 6 & 4 & 0 & 1 & 0 & 20000 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0 & 0.1 & 3000 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} R_1+1.2R_4 \\ R_2-5R_4 \\ R_3-4R_4 \end{matrix}} \begin{pmatrix} -0.34 & 0 & 0 & 0 & 1.2 & 3600 \\ 2.5 & 0 & 1 & 0 & -0.5 & 4600 \\ 4.8 & 0 & 0 & 1 & -0.4 & 8000 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0 & 0.1 & 3000 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3/4.8} \begin{pmatrix} -0.34 & 0 & 0 & 0 & 1.2 & 3600 \\ 2.5 & 0 & 1 & 0 & -0.5 & 4600 \\ 1 & 0 & 0 & 1/4.8 & -1/12 & 5000/3 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0 & 0.1 & 3000 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} R_1+0.34R_3 \\ R_3-2.5R_3 \\ R_4-0.3R_3 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 17/240 & 703/600 & 12500/3 \\ 0 & 0 & 1 & -5/96 & -7/24 & 1300/3 \\ 1 & 0 & 0 & 1/4.8 & -1/12 & 5000/3 \\ 0 & 1 & 0 & -1/16 & 1/8 & 2500 \end{pmatrix}$$

したがって,

$$\begin{cases} z = \frac{12500}{3} - \frac{17}{240}t - \frac{703}{600}u & \text{①} \\ x = \frac{5000}{3} + \frac{1}{4.8}t + \frac{1}{12}u & \text{②} \\ y = 2500 + \frac{1}{16}t - \frac{1}{8}u & \text{③} \end{cases}$$

①より $t = u = 0$ のとき, z は最大をとり,

$$z = \frac{12500}{3} \sim 4166.7, \quad x = \frac{5000}{3} \sim 1666.7, \quad y = 2500$$

を得る。