第１０回

Maxima で微分方程式を解く

１．Maxima で微分方程式を解く

１階の微分方程式

$$(x-y)\frac{dy}{dx}=y$$

を解く．

```
(%i1)   ode2((x-y)·'diff(y,x)=y, y, x);
```

$$\text{(\%o1)}\quad -\frac{y\log(y)+x}{y}=\%c$$

（解説）ode2 は 1 階または２階の常微分方程式(ODE)を解くというコマンド，'diff(y,x)は$\frac{dy}{dx}$を意味する．答えにある$\%C$は積分定数を意味する．

次に，２階の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}+y=x$$

を解く．

```
(%i2)   ode2('diff(y,x,2)+'diff(y,x)+y=x, y, x);
```

$$\text{(\%o2)}\quad y=\%e^{-\frac{x}{2}}\left(\%k1\sin\left(\frac{\sqrt{3}\,x}{2}\right)+\%k2\cos\left(\frac{\sqrt{3}\,x}{2}\right)\right)+x-1$$

（解説）'diff(y,x,2)は$\frac{d^2y}{dx^2}$を意味する．答えにある$\%k1,\%k2$はそれぞれ積分定数を意味する．

初期条件付き２階の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}+y=e^x\qquad (y(0)=1,\qquad y'(0)=0)$$

を解く．

```
(%i1) ode2('diff(y,x,2)+'diff(y,x)+y=%e^(x), y, x);
```

(%o1) $y=\%e^{-\frac{x}{2}}\left(\%k1\sin\left(\frac{\sqrt{3}\,x}{2}\right)+\%k2\cos\left(\frac{\sqrt{3}\,x}{2}\right)\right)+\frac{\%e^{x}}{3}$

```
(%i2) ic2(%, x=0, y=1, 'diff(y,x)=0);
```

(%o2) $y=\frac{2\,\%e^{-\frac{x}{2}}\cos\left(\frac{\sqrt{3}\,x}{2}\right)}{3}+\frac{\%e^{x}}{3}$

（解説）ic2(%, x=0, y=1, ‘diff(y,x)=0)の%は(%01)で得られた一般解を意味する．その次に書かれた x=0, y=1, ‘diff(y,x)=0 が初期条件である．

演習１．以下の初期条件付き２階の微分方程式を解け

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-2y=9e^x \qquad (y(0)=0, \qquad y'(0)=1)$$

２．Maxima で解曲線を見る

初期条件付き２階の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}+y=e^x \qquad (y(0)=1, \qquad y'(0)=0)$$

の解曲線を見よう．

Step 1．微分方程式を解く．

```
(%i1) ode2('diff(y,x,2)+'diff(y,x)+y=%e^x, y, x);
```

(%o1) $y=\%e^{-\frac{x}{2}}\left(\%k1\sin\left(\frac{\sqrt{3}\,x}{2}\right)+\%k2\cos\left(\frac{\sqrt{3}\,x}{2}\right)\right)+\frac{\%e^{x}}{3}$

```
(%i2) ic2(%, x=0, y=1, 'diff(y,x)=0);
```

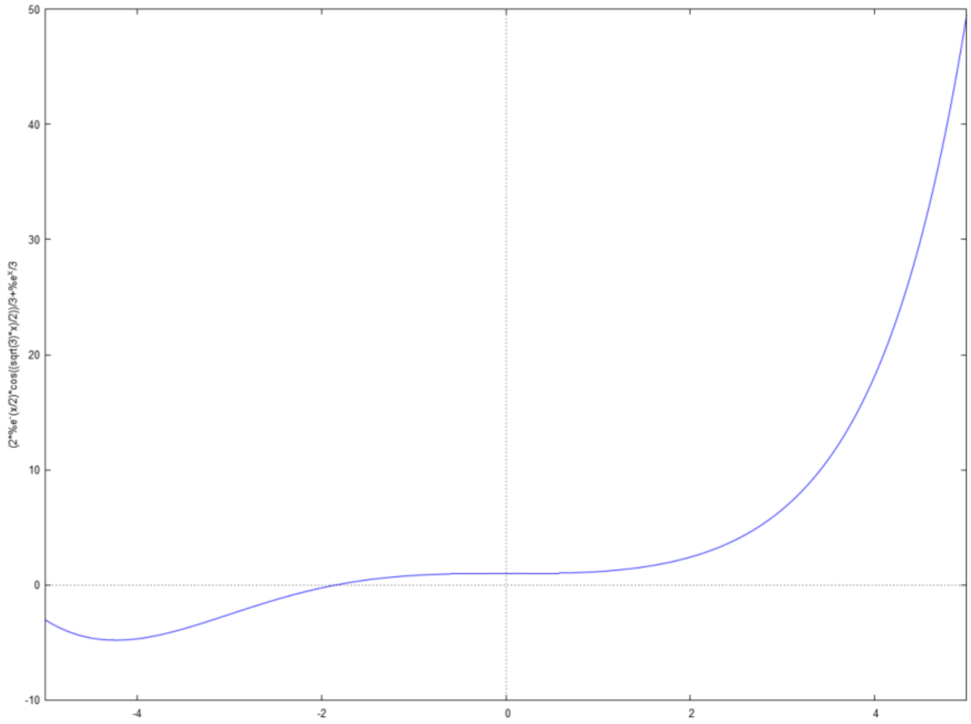
(%o2) $y=\frac{2\,\%e^{-\frac{x}{2}}\cos\left(\frac{\sqrt{3}\,x}{2}\right)}{3}+\frac{\%e^{x}}{3}$

Step 2．得られた解をマウスでドラッグする．

Step 3．メニューバーの「プロット(P)」の「2 次元プロット(2)」を選択し，関数の欄に上の式が書かれていることを確認し，OK とクリックする．

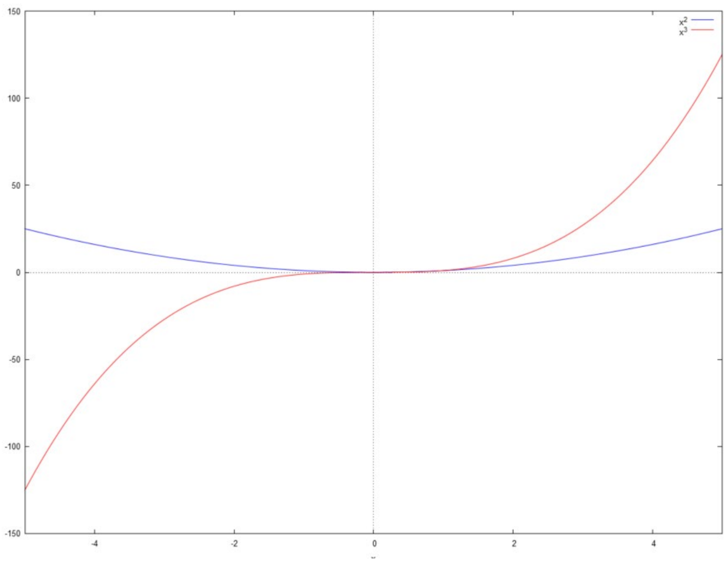
```
(%i3)   wxplot2d([(2·%e^(-x/2)·cos((sqrt(3)·x)/2))/3+%e^x/3], [x,-5,5])$
```

(%t3)



（補足）2 次元プロットで，$y = x^2$と$y = x^3$のグラフを複数表示させるコマンドは，以下である．

```
(%i6)   wxplot2d([x^2,x^3], [x,-5,5])$
```



演習２．以下の微分方程式は単振動に関する方程式である．解曲線を表示せよ

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -25y \qquad (y(0) = 0,\ \ y'(0) = 0.5)$$

本日の実験実習の課題

課題１．以下の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y^2}{x}$$

課題 2. 以下の初期条件付き微分方程式を解け.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+y=e^x \qquad (y(0)=0,\quad y'(0)=1)$$

課題３．以下の微分方程式は，ばねの固定部を$-10\cos x$で強制振動したときの方程式である．解曲線を表示せよ

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-100(y-0.1\cos x) \qquad (y(0)=0,\quad y'(0)=1)$$

課題４．課題３で求めた解曲線の平均曲線（解曲線の中心を通るもの）は何か予測せよ．

課題５．以下の微分方程式は，単振動に摩擦$\frac{dy}{dx}$が働いたときの方程式である．解曲線を表示せよ

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-100y-\frac{dy}{dx} \qquad (y(0)=0,\quad y'(0)=1)$$

課題６．課題５求めた解曲線に接する曲線は何か予測せよ．

実験実習スキルの到達目標		
項目	スキル	到達目標
計画と実施	Maxima での微分方程式を解く	友人と話し合いながら Maxima での微分方程式を解くことができる。
機器・器具の操作	Maxima の微分方程式を解くコマンドの理解	Maxima の微分方程式を解くコマンドを適切に利用できる。
結果・分析・考察	実行結果の判定と数学的な考察	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき，微分方程式に関するある種の予測が行える。

実 験 実 習 報 告 書 （第１０回）

３－S　　番号（　　　　）　　　なまえ（　　　　　　　　　　　）	評　価
	A　B　C

課題１.

課題２.

課題 3.

課題 4.

課題 5.

課題６.

３－S　　番号（　　　）　　なまえ（　　　　　　　　）

実験実習スキル評価（第１０回）

項目	スキル	到達目標	レベル３相当 A	B	C	D	自己評価
計画と実施	Maximaで微分方程式を解く	友人と話し合いながらMaximaで微分方程式を解くことができる。	自力でMaximaで微分方程式を解くことができる。	友人と話し合いながらMaximaで微分方程式を解くことができる。	教員の助言を受けながらMaximaで微分方程式を解くことができる。	教員の助言を受けてもMaximaで微分方程式を解くことができない。	
機器・器具の操作	Maximaの微分方程式を解くコマンドの理解	Maximaの微分方程式を解くコマンドを適切に利用できる。	Maximaの微分方程式を解くコマンドを適切に利用できる。	Maximaの微分方程式を解くコマンドをある程度適切に利用できる。。	誰かの助言を受ければ，Maximaの微分方程式を解くコマンドを適切に利用できる。	Maximaの微分方程式を解くコマンドを利用できない。	
結果・分析・考察	実行結果の判定と数学的な考察	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき，それらのデータをもとに極限に関する数学的考察ができる。	自分自身で実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき，それらのデータをもとに極限に関する数学的考察ができる。	友人と話し合いながら実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき，それらのデータをもとに極限に関する数学的考察ができる。	教師の助言を受けながら実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき，それらのデータをもとに極限に関する数学的考察ができる。	教師の助言を受けても実行結果が適切な数値であるかどうか判定できない，それらのデータをもとに極限に関する数学的考察もできない。	