

2022年度

卒 業 研 究

総合理工学科

松田 修 研究室

2022年度 松田研究室 メンバー

神原 悠成（先進科学系）

木村 脩太郎（先進科学系）

下井谷 聡太（先進科学系）

白神 直杜（先進科学系）

白神 百花（先進科学系）

森内 啓太（先進科学系）

山本 怜（先進科学系）

指導教員：松田 修

総合理工学科 卒業論文

食事の栄養素計算の研究

先進科学系

神原悠成

指導教員 松田修

令和5年1月20日

Abstract

The coronavirus has disrupted the eating habits of students in the dormitories. We decided to create a tool to calculate nutrition in order to help them improve their diet.

Once the nutrients of the food are registered in the tool, it automatically calculates and graphs the nutritional content of a meal. In order to have a well-balanced diet, it is necessary to consider the proper combination of ingredients.

目次

はじめに	1
目的	1
方法	1
三食分のメニュー	3
食品栄養の計算プログラムのフロチャート	3
栄養計算において用いた計算式	6
3 日間のメニューの栄養バランスを計算例	10
考察	13
結論	13
参考文献	14
付録	14

はじめに

二年前にコロナウイルス対策の影響で、津山高専北辰寮の朝ごはんはんと昼ごはんはお弁当やパンに置き換わった。今までのメニュー構成で得られていた栄養が、お弁当やパンに置き換わったことで栄養が偏るようになってしまった。これにより寮食を抜いてしまう寮生が増えてしまい、さらに健康とは言えない食生活になってしまっている。

目的

現在の寮食の現状を見て、なにか寮のメニュー改善の役に立てないだろうかと思い、メニューから栄養を計算できるアプリのようなものを作ることにした。このツールが完成すれば、誰でも簡単にわかりやすく栄養計算ができるようになる。

方法

5月から本格的に研究を進めていった。とりあえずアプリのようなツールを作ることを目指す。基準となる栄養素のデータをまとめ、実際に食べた食品データを入力すると、基準データと比べられるといったツールの開発を目指す。そのためには Excel 上で基準となる食品のデータを大量に集める必要がある。一目みて栄養バランスがわかるようにしたいので、基準データのグラフと実際に摂取した食品データのグラフを表示させる機能を実装したい。

寮の食事メニューやネットで参考になりそうなメニューを調べたが、数値のばらつきが大きいのであまり参考にならなかった。よって一つの食品栄養表を基に作業を進めることにする。メニューの食品栄養は参考にする食品成分表 p304~p311 のそう菜一覧を使うことにする。基本メニューの 41 食品が収載されており 100 g 当たりの成分値になっている。

2	青菜の白和え		エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
3	そう菜1	平均	89	4.2	3.3	10.5	96	1	3677	37.39	3
最大		107	5.5	5.1	15.8	140	1.5	4571	48.43	5	
最小		63	2.5	1.7	6.7	46	0.5	1915	19.96	1	
6	いんげんのごま和え		エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
7	そう菜2	平均	83	3.7	3.5	9.3	120	1.3	1875	54.39	5
最大		90	4	4.5	10.5	140	1.4	3688	58.97	5	
最小		78	3.4	2.7	8.4	110	1.1	801	47.03	4	
10	わかめと和菜の味噌和え		エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
11	そう菜3	平均	90	3.8	0.9	16.3	39	0.9	253	35.64	4
最大		91	6.3	0.9	17.9	62	1	509	64.14	9	
最小		89	2.2	0.9	14	23	0.7	67	21.2	2	
14	紅白なます		エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
15	そう菜4	平均	38	0.6	0.6	7.2	22	0.2	1049	19.75	6
最大		47	1.8	2.8	9.6	51	0.5	1301	29.99	10	
最小		24	0.2	0	3.7	10	0.1	841	12.5	3	
18	豚汁		エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
19	そう菜5	平均	27	1.5	1.5	2	10	0.2	445	8.32	1
最大		29	1.6	1.7	2.3	12	0.3	591	10.64	1	
最小		24	1.3	1.1	1.7	7	0.2	323	6.09	1	
22	卵の花炒り		エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC

図 1-1 成分表を参考に主要栄養素をエクセルでまとめたもの

ぜんまいの炒め煮	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
平均	86	3.3	4.1	8.8	46	0.7	1132	8.63	
そう菜11 最大	90	3.7	4.7	11.4	72	0.9	1672	14.18	
最小	82	2.6	3.3	6.9	27	0.5	99	5.21	
筑前煮	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
平均	88	4.4	3.3	10.1	22	0.5	1934	19.58	
そう菜12 最大	112	5.8	5.2	13	29	0.6	3360	26.4	
最小	78	3.3	1.4	6.4	13	0.3	1099	14.69	
肉じゃが	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
平均	81	4.2	1.3	13.2	12	0.7	1424	16.81	
そう菜13 最大	90	5.2	2.1	14.2	15	0.8	1860	18.67	
最小	75	3.1	0.7	12.5	8	0.5	956	15.26	
ひじきの炒め煮	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
平均	88	3.1	4.1	9.6	95	0.6	2257	8.86	
そう菜14 最大	100	4	5.9	13.8	120	0.7	3501	16.61	
最小	68	2	2.4	7.5	60	0.4	1446	5.78	
アジの南蛮漬け	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
平均	113	8.1	6.1	6.3	37	0.4	1008	13.86	
そう菜15 最大	119	8.7	6.4	7.1	39	0.5	1365	16.51	
最小	107	7.2	5.8	5.4	32	0.4	439	11.29	
もやしのナムル	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
平均	81	4.2	1.3	13.2	12	0.7	1424	16.81	

図 1-2 成分表を参考に主要栄養素をエクセルでまとめたもの

5月から7月上旬までは Excel にて食品データの整理を行っていた。8月では、基本的なメニューを栄養や摂取エネルギーを考慮していくつか考えた。例として1日分のメニューを下記に示す。

朝食 ごはん、目玉焼き、豚汁、ヨーグルト、リンゴ

昼食 ごはん、八宝菜、アジの南蛮漬け、牛乳、ミカン

夕食 ごはん、切り干し大根の煮物、肉じゃが、わかめスープ

表 1 新しく Excel に追加する食品の栄養素

目玉焼き	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
卵1つ分(65.2g)	129	7.4	10.19	0.32	31.48	1.11	90.01	42.65	0
ヨーグルト	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
小鉢1杯(120g)	74	4.32	3.6	5.88	144	0	39.6	17.3	1.2
わかめスープ	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
カップ1杯(162.2g)	37	2.68	2.42	1.75	64.91	1.22	9.83	25.73	0.71
リンゴ	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
1個(255g)	138	0.51	0.26	37.23	7.65	0	5.1	14.93	10.2
ミカン	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
1缶果肉のみ(255g)	163	1.28	0.26	39.02	20.4	1.02	86.7	31.6	38.25
牛乳	エネルギー	タンパク質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB	ビタミンC
200ml	138	6.8	7.83	9.89	226.6	0	78.28	16.42	2.06

上記の表は 41 品目以外の食品で新しく Excel に追加した食品の栄養素である。このように食品の情報を追加していく。

三食分のメニュー

以下に示す図3つは追加された食品で組んだ三食分のメニュー一覧を Excel 上で表示した結果である。

メニュー	朝食1日目		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1086	めし（うるち米）	150	234	3	0.3	51.9	4.5	0.15	0	0.03	1.5
7148	リンゴ	255	138.01	0.51	0.26	37.23	7.65	0	5.1	14.92	0
12021	目玉焼き	65.2	128.6	7.38	10.16	0.32	31.38	1.11	89.73	42.52	1.95
13025	ヨーグルト	120	74	4.32	3.6	5.88	144	0	39.6	17.3	4.8
18028	豚汁	176	47.52	2.64	2.64	3.52	17.6	0.35	783.2	14.64	1.76
	合計	766.2	622.13	17.85	16.96	98.85	205.13	1.61	917.63	89.41	10.01

図2 例として示す朝食1日目のメニュー

メニュー	昼食1日目		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
2	ミカン1缶	50	31.96	0.25	0.05	7.65	4	0.2	17	6.2	7.5
1086	めし（うるち米）	150	234	3	0.3	51.9	4.5	0.15	0	0.03	1.5
13004	牛乳	150	91.5	4.5	5.25	6.6	165	0.03	57	0.06	6
18038	アジの南蛮漬け	200	226	16.2	12.2	12.6	74	0.8	2016	27.72	4
18048	八宝菜	300	201	17.4	9.6	11.4	78	1.2	3009	70.68	25.5
	合計	850	784.46	41.35	27.4	90.15	325.5	2.38	5099	104.69	44.5

図3 例として示す昼食1日目のメニュー

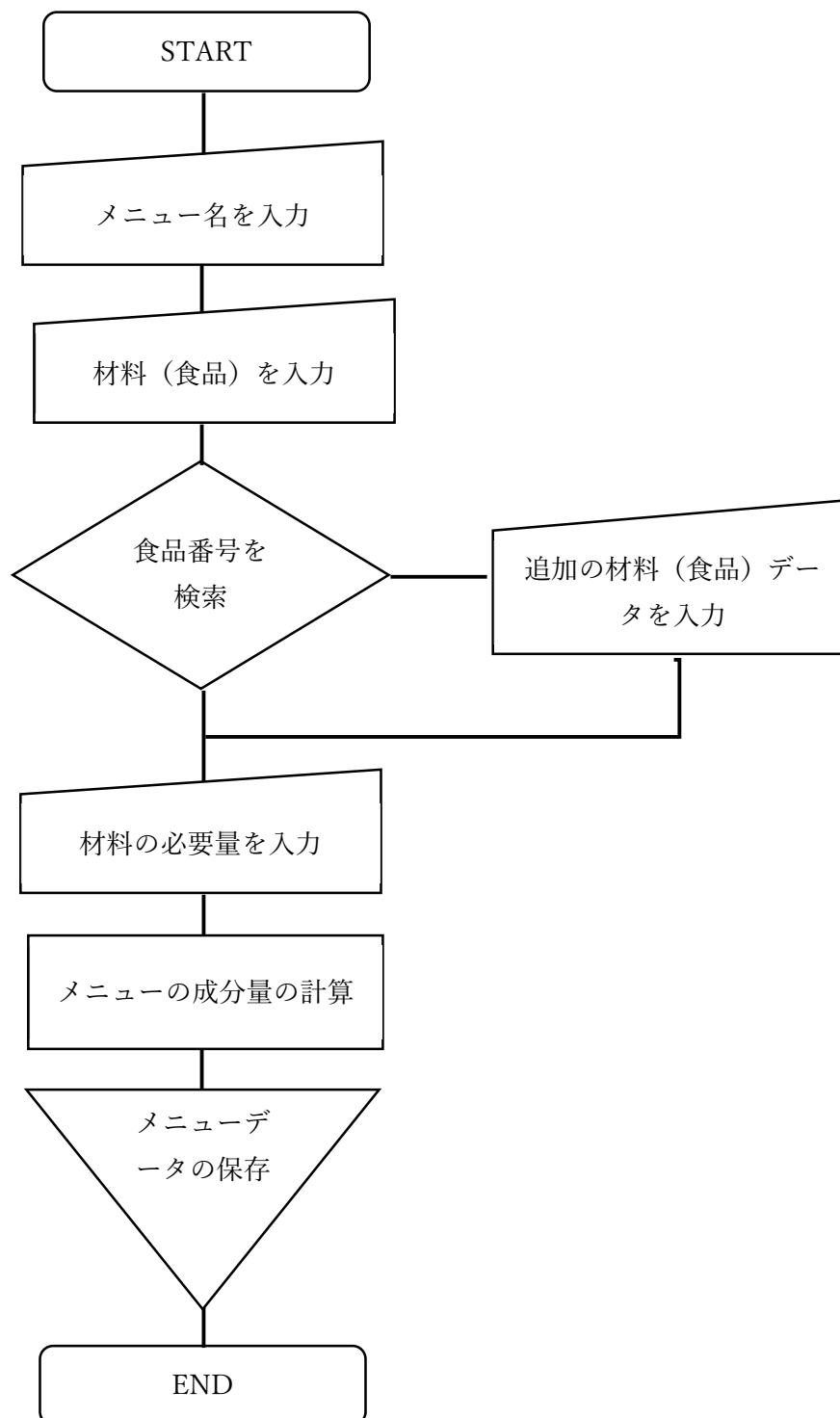
メニュー	夕食1日目		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1	わかめスープ	200	61.66	4.46	4.04	2.92	108.18	2.04	16.38	42.88	30
1086	めし（うるち米）	150	234	3	0.3	51.9	4.5	0.15	0	0.03	1.5
18032	切り干し大根の煮物	150	81	3.15	3.6	8.85	63	0.6	1651.5	11.43	13.5
18036	肉じゃが	200	162	8.4	2.6	26.4	24	1.4	2848	33.62	2
	合計	700	538.66	19.01	10.54	90.07	199.68	4.19	4515.88	87.96	47

図4 例として示す夕食1日目のメニュー

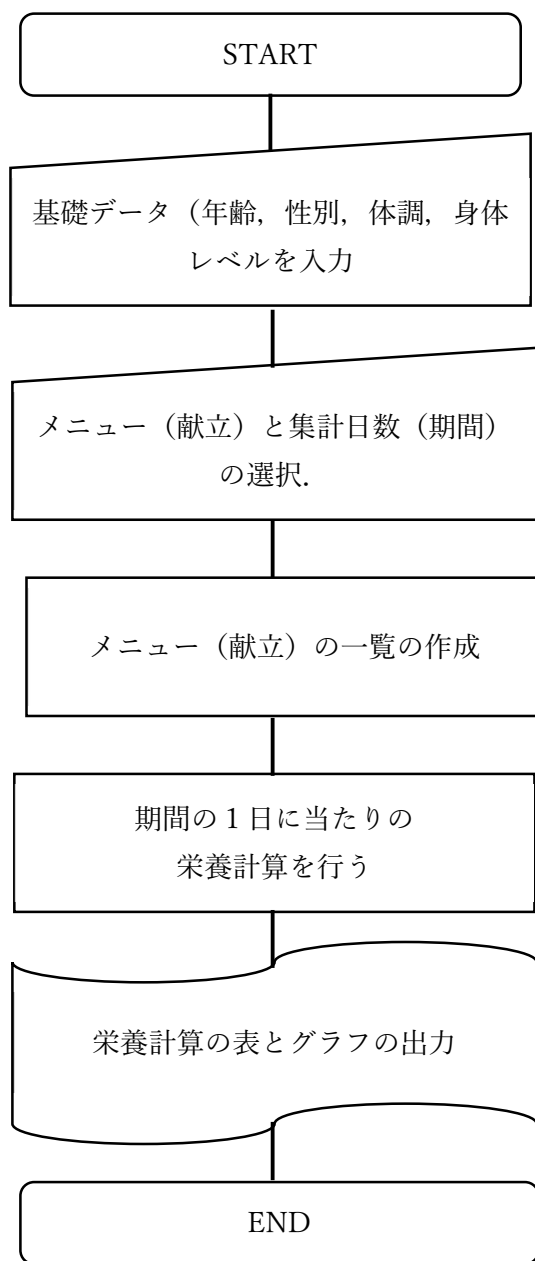
食品栄養の計算プログラムのフロチャート

食品栄養の計算しメニューを作成するプログラムを、指導教員の松田修先生と共同で作成した（付録参照）。次頁は、プログラムのフロチャートである。

(1) 食品メニューを決めるプログラムのフロチャート



(2) 栄養バランス計算のフローチャート



食品摂取基準と必要量

栄養計算において用いる食品摂取基準と必要量を以下に挙げる。

表2 基礎データ：年齢，妊娠，性別，身体レベル，月経

年齢	妊娠	性別	身体レベル	月経
1～2	なし	男	座位生活	なし
3～5	妊娠初期	女	ふつう	あり
6～7	妊娠中期		立位生活	
8～9	妊娠後期			
10～11	授乳期			
12～14				
15～17				
18～29				
30～49				
50～64				
65～74				
75～				

- (1) 推定エネルギー必要量(kcal)：18歳（身体レベル（男）I）ならば 2300 kcal

表3 1日の食品摂取基準1

	推定エネルギー必要量(kcal)					
	身体レベル(男)			身体レベル(女)		
年齢	I	II	III	I	II	III
18～29	2300	2650	3050	1700	2000	2300

表4 1日の食品摂取基準2

	タンパク質		脂質目標量		炭水化物目標量	
	推定量(g)		(%エネルギー)		(%エネルギー)	
年齢	男	女	男	女	男	女
18～29	65	50	25	25	60	60

- (2) タンパク質：18歳男ならば 65g
 (3) 脂質：18歳男ならば 25%エネルギー，これを g に換算する場合は以下の数式を用いる。

$$(\text{推定エネルギー必要量(kcal)} \times 0.25) \div 9$$

例えば、18歳（身体レベル（男）I）ならば、脂質目標量は、

$$(2300 \times 0.25) \div 9 = 63.9 \text{ g}$$

となる

(4) 炭水化物：18歳男ならば65%エネルギー、これをgに換算する場合は以下の数式を用いる。

$$(\text{推定エネルギー必要量(kcal)} \times 0.6) \div 4$$

例えば、18歳（身体レベル（男）I）ならば、脂質目標量は、

$$(2300 \times 0.6) \div 4 = 345 \text{ g}$$

となる。

(5) カリウム：18歳男ならば800mg

(6) 鉄：18歳男ならば7.5mg

(7) ビタミンA：18歳男ならば850μg

(8) ビタミンB1：18歳男ならば1.4mg

(9) ビタミンC：18歳男ならば100mg

表5 1日の食品摂取基準3

	カルシウム		ビタミンA		ビタミンB1	
	目標量(mg)		推奨量(μgRAE)		推奨量(μg)	
年齢	男	女	男	女	男	女
18～29	800	650	850	650	1.4	1.1

表6 1日の食品摂取基準4

	ビタミンC	
	推奨量(μg)	
年齢	男	女
18～29	100	100

下記に示している表は男女の年齢別に栄養の必要量である。

表7 男女年齢別で栄養の必要量1

	推定エネルギー必要量(kcal)					
	身体レベル(男)			身体レベル(女)		
年齢	I	II	III	I	II	III
1～2		950			900	
3～5		1300			1250	
6～7	1350	1550	1750	1250	1450	1650
8～9	1600	1850	2100	1500	1700	1900

10～11	1950	2250	2500	1850	2100	2350
12～14	2300	2600	2900	2150	2400	2700
15～17	2500	2800	3150	2050	2300	2550
18～29	2300	2650	3050	1700	2000	2300
30～49	2300	2700	3050	1750	2050	2350
50～64	2200	2600	2950	1650	1950	2250
65～74	2050	2400	2750	1550	1850	2100
75～	1800	2100		1400	1650	
妊娠初期				50	50	50
妊娠中期				250	250	250
妊娠後期				450	450	450
妊娠授乳期				350	350	350

表 8 男女年齢別で栄養の必要量 2

	タンパク質		脂質目標量		炭水化物目標量	
	推定量(g)		(%エネルギー)		(%エネルギー)	
年齢	男	女	男	女	男	女
1～2	20	20	25	25	60	60
3～5	25	25	25	25	60	60
6～7	30	30	25	25	60	60
8～9	40	40	25	25	60	60
10～11	45	50	25	25	60	60
12～14	60	55	25	25	60	60
15～17	65	55	25	25	60	60
18～29	65	50	25	25	60	60
30～49	65	50	25	25	60	60
50～64	65	50	25	25	60	60
65～74	60	50	25	25	60	60
75～	60	50	25	25	60	60
妊娠初期		0		25		60
妊娠中期		5		25		60
妊娠後期		25		25		60
妊娠授乳期		20		25		60

表 9 男女年齢別で栄養の必要量 3

	カルシウム		ビタミン A		ビタミン B1	
	目標量 (mg)		推奨量(μ gRAE)		推奨量(μ g)	
年齢	男	女	男	女	男	女
1～2	450	400	400	350	0.5	0.5
3～5	600	550	450	500	0.7	0.7
6～7	600	550	400	400	0.8	0.8
8～9	650	750	500	500	1	0.9
10～11	700	750	600	600	1.2	1.1
12～14	1000	800	800	700	1.4	1.3
15～17	800	650	900	650	1.5	1.2
18～29	800	650	850	650	1.4	1.1
30～49	750	650	900	700	1.4	1.1
50～64	750	650	900	700	1.3	1.1
65～74	750	650	850	700	1.3	1.1
75～	700	600	800	650	1.2	0.9
妊娠初期		0		0		0.2
妊娠中期		0		0		0.2
妊娠後期		0		80		0.2
妊娠授乳期		0		450		0.2

表 10 男女年齢別で栄養の必要量 4

	ビタミン C	
	推奨量(μ g)	
年齢	男	女
1～2	40	40
3～5	50	50
6～7	60	60
8～9	70	70
10～11	85	85
12～14	100	100
15～17	100	100
18～29	100	100
30～49	100	100
50～64	100	100

65～74	100	100
75～	100	100
妊娠初期		10
妊娠中期		10
妊娠後期		10
妊娠授乳期		45

3 日間のメニューの栄養バランスを計算例

開発した栄養バランス計算プログラムを使うと、それぞれのメニューの栄養バランスを計算できる。
以下は、3 日間の例である。

メニュー	1日目メニュー朝		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料（食品）	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1086	めし（うるち米）	150	252	3.75	0.45	55.65	4.5	0.15	0	0.03	0
7148	リンゴ	30	15.9	0.03	0	3.66	0.9	0.03	0.6	0.01	1.2
12021	目玉焼き	30	61.5	3.81	4.65	1.17	18	0.63	0	0.02	0
13025	ヨーグルト	40	22.4	1.32	1.12	1.52	48	0	1.2	0.02	0.4
18028	豚汁	150	39	2.25	2.25	3	15	0.3	1.29	0.03	1.79
	合計	400	390.8	11.16	8.47	65	86.4	1.11	3.09	0.11	3.39

図5 朝食1日目のメニュー

メニュー	1日目メニュー昼		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料（食品）	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1086	めし（うるち米）	150	252	3.75	0.45	55.65	4.5	0.15	0	0.03	0
7094	なつみかん（缶詰）	30	24	0.15	0.03	5.67	3.3	0.03	3.3	0.01	4.2
13003	普通牛乳	200	134	6.6	7.6	9.6	220	0.04	12	0.08	2
18037	ひじきの炒め煮	30	22.5	0.93	1.2	2.97	30	0.18	0	0.01	0
18050	合びきハンバーグ	100	197	13.4	12.2	10	29	1.3	11	0.23	2
	合計	510	629.5	24.83	21.48	83.89	286.8	1.7	26.3	0.36	8.2

図6 昼食1日目のメニュー

メニュー	1日目メニュー夕		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料（食品）	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1	わかめスープ	100	23	1.65	1.49	1.08	40.02	0.75	6.06	0.05	0.44
1086	めし（うるち米）	150	252	3.75	0.45	55.65	4.5	0.15	0	0.03	0
18032	切り干し大根の煮物	30	14.4	0.69	0.75	1.71	13.8	0.15	0	0	0
18036	肉じゃが	100	78	4.3	1.3	13	13	0.8	1	0.05	9
	合計	380	367.4	10.39	3.99	71.44	71.32	1.85	7.06	0.13	9.44

図7 夕食1日目のメニュー

メニュー	2日目メニュー朝		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料（食品）	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1035	クロワッサン	100	448	7.9	26.8	43.9	21	0.6	0	0.08	0
12021	目玉焼き	30	61.5	3.81	4.65	1.17	18	0.63	0	0.02	0
13003	普通牛乳	200	134	6.6	7.6	9.6	220	0.04	12	0.08	2
13040	プロセスチーズ	30	13.5	6.48	7.41	0.03	189	0.09	72	0.01	0
18005	コーンクリームスープ	100	62	1.7	2.6	8.5	36	0.2	0	0.02	1
	合計	460	719	26.49	49.06	63.2	484	1.56	84	0.21	3

図8 朝食2日目のメニュー

メニュー	2日目メニュー昼		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料（食品）	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1086	めし（うるち米）	150	252	3.75	0.45	55.65	4.5	0.15	0	0.03	0
18028	豚汁	100	26	1.5	1.5	2	10	0.2	0.86	0.02	1.19
18031	牛飯の具	50	61	2.05	4.7	3.2	9	0.3	8	0.01	1
18039	もやしのナムル	30	21	0.93	1.35	1.71	27.3	0.36	0	0.02	2.7
	合計	330	360	8.23	8	62.56	50.8	1.01	8.86	0.08	4.89

図9 昼食2日目のメニュー

メニュー	2日目メニュータ		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料（食品）	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1	わかめスープ	100	23	1.65	1.49	1.08	40.02	0.75	6.06	0.05	0.44
1086	めし（うるち米）	150	252	3.75	0.45	55.65	4.5	0.15	0	0.03	0
7148	リンゴ	30	15.9	0.03	0	3.66	0.9	0.03	0.6	0.01	1.2
18020	エビフライ	80	188.8	12.72	9.28	16.4	55.2	0.48	0.8	0.06	0
18041	ポークカレー	100	116	2.8	8.6	7.7	14	0.5	1	0.07	2
	合計	460	595.7	20.95	19.82	84.49	114.62	1.91	8.46	0.22	3.64

図10 夕食2日目のメニュー

メニュー	3日目メニュー朝		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料（食品）	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1026	食パン	100	248	8.9	4.1	46.4	22	0.5	4	0.07	0
7148	リンゴ	30	15.9	0.03	0	3.66	0.9	0.03	0.6	0.01	1.2
12021	目玉焼き	30	61.5	3.81	4.65	1.17	18	0.63	0	0.02	0
13003	普通牛乳	200	134	6.6	7.6	9.6	220	0.04	12	0.08	2
13040	プロセスチーズ	30	13.5	6.48	7.41	0.03	189	0.09	72	0.01	0
	合計	390	472.9	25.82	23.76	60.86	449.9	1.29	88.6	0.19	3.2

図11 朝食3日目のメニュー

メニュー	3日目メニュー昼		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料（食品）	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1086	めし（うるち米）	150	252	3.75	0.45	55.65	4.5	0.15	0	0.03	0
7094	なつみかん（缶詰）	50	40	0.25	0.05	9.45	5.5	0.05	5.5	0.02	7
13025	ヨーグルト	50	28	1.65	1.4	1.9	60	0	1.5	0.02	0.5
18024	青菜の白和え	40	32.4	1.68	1.36	4.2	38	0.48	0	0.02	1.2
18047	酢豚	100	77	4.6	3.3	7.6	9	0.3	82	0.17	4
	合計	390	429.4	11.93	6.56	78.8	117	0.98	89	0.26	12.7

図 12 昼食 3 日目のメニュー

メニュー	3日目メニュータ		エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
食品番号	材料（食品）	必要量(g)	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1086	めし（うるち米）	150	252	3.75	0.45	55.65	4.5	0.15	0	0.03	0
7148	リンゴ	30	15.9	0.03	0	3.66	0.9	0.03	0.6	0.01	1.2
13025	ヨーグルト	50	28	1.65	1.4	1.9	60	0	1.5	0.02	0.5
18032	切り干し大根の煮物	40	19.2	0.92	1	2.28	18.4	0.2	0	0	0
18050	合びきハンバーグ	100	197	13.4	12.2	10	29	1.3	11	0.23	2
	合計	370	512.1	19.75	15.05	73.49	112.8	1.68	13.1	0.29	3.7

図 13 夕食 3 日目のメニュー

上記のメニューの栄養を計算した結果を次に示す。

3日間の摂取栄養の分析結果										
	量	エネルギー	たんぱく質	脂質	炭水化物	カルシウム	鉄	ビタミンA	ビタミンB1	ビタミンC
	g	kcal	g	g	g	mg	mg	μg	mg	mg
1 日必要量		1700	50	47.2	255	650	6.5	650	1.1	100
		1	1	1	1	1	1	1	1	1
データ合計	3690	4476.8	159.6	156.3	643.8	1773.6	13.1	328.6	1.9	52.1
1日平均摂取量	1230	1492.3	53.2	52.1	214.6	591.2	4.4	109.5	0.6	17.4
摂取量/必要量		0.9	1.1	1.1	0.8	0.9	0.7	0.2	0.5	0.2

図 14 メニューの栄養の計算結果

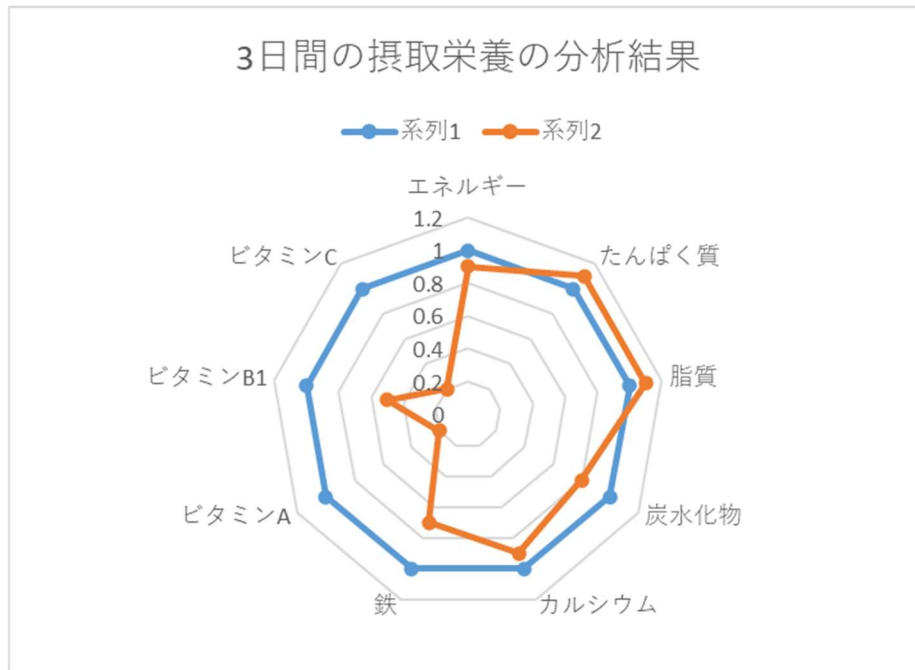


図 15 計算結果をグラフ表示したもの

図 15 に見るように、上に挙げた 3 日間の栄養バランスは、栄養が偏ったメニューとなっている。

ビタミン類が全体的に不足しており何らかの対策が必要である。具体的にはビタミン C は、果実類、野菜類、いも及びでん粉類、嗜好飲料類に多く含まれているので熱でビタミン C が失われにくい芋類を重点的に摂る。ビタミン B1 は、肉類、魚類、豆類、穀類、種実類などに多く含まれているのでおかずの割合を増やす。ビタミン A は肉類、魚介類、乳類、卵類、油脂類、藻類、野菜類などに多く含まれているので野菜を使った料理をも少し取り入れてみる、といった対策をする必要がある。

考察

実際に自分でメニューを組んでみて、予想以上に栄養バランスが整ったメニューを考えるのが難しかった。やはり推奨されている基本的な食事構成でメニューを考えるのがうまくバランスが取れる方法だと考える。

結論

寮生向けのツールにするには寮のメニューを参考にネットなどからレシピを得て個人でカスタマイズしていく方法が良いと思った。人によっては間食を挟んだり一食分抜いたりするので皆が同じ栄養を摂取するのは難しい。自分でカスタマイズできるなら個人にあったメニューを考えられるだろうし食への関心も高まるだろう。

参考文献

香川明夫：七訂 食品成分表 2019 資料編、女子栄養大学出版部、2019 年発行

農林水産省：https://www.maff.go.jp/j/syokuiku/kodomo_navi/about/case.html（参照 2022-09-22）

謝辞

本研究を進めるにあたり、津山工業高等専門学校総合理工学科先進科学系松田修教授には、指導教員として終始熱心なご指導を頂きました。心から感謝いたします。最後に、松田研究室の皆様には、本論文の執筆にあたり多くのご助言、激励を頂きました。本当にありがとうございました。

付録

プログラム A （レシピ作成のためのスタートプログラム）

Sub スタート()

Range("B6").Clear

Range("C5").Clear

Range("A8:L50").Clear

Worksheets("CopySheet").Activate

Range("A3:L50").Clear

Worksheets("Sheet1").Activate

MsgBox ("メニューと材料を入力して、[1] に進んでください")

Range("B6").Activate

End Sub

プログラム B （レシピ作成のための食品番号検索プログラム）

Sub 食品番号検索()

Dim ws As Worksheet

Application.DisplayAlerts = False

For Each ws In Worksheets

If ws.Name = "CopySheet" Then

ws.Delete

End If

Next ws

Application.DisplayAlerts = True

Workbooks.Open Filename:=ThisWorkbook.Path & "¥食品成分表.xlsx"

Workbooks(1).Activate

```

Worksheets("Sheet1").Activate
Workbooks("食品成分表.xlsx").Sheets(1).Copy After:=Worksheets("Sheet1")
ActiveSheet.Name = "CopySheet"
Workbooks("食品成分表.xlsx").Close
Worksheets("Sheet1").Activate
'変数宣言
Dim gyo As Integer          '行番号
Dim zairyo As String        '材料
Dim r As Integer
Dim rsk As Integer
Dim sbango As Integer       '食品番号
gyo = 3
'番号が空白（データ終了）になるまで繰り返し
Do Until Worksheets("CopySheet").Range("a" & gyo) = ""
    gyo = gyo + 1
Loop
gyo = gyo - 1
Workbooks(1).Activate
Worksheets("Sheet1").Activate
rsk = 8
'番号が空白（データ終了）になるまで繰り返し
Do Until Worksheets("Sheet1").Range("B" & rsk) = ""
    rsk = rsk + 1
Loop
rsk = rsk - 1
For i = 8 To rsk
    zairyo = Range("B" & i)
    For j = 3 To gyo
        If Worksheets("CopySheet").Range("B" & j) = zairyo Then
            sbango = Worksheets("CopySheet").Range("A" & j)
            Range("A" & i) = sbango
            Range("D" & i) = Worksheets("CopySheet").Range("D" & j)
            Range("E" & i) = Worksheets("CopySheet").Range("E" & j)
            Range("F" & i) = Worksheets("CopySheet").Range("F" & j)
            Range("G" & i) = Worksheets("CopySheet").Range("G" & j)
            Range("H" & i) = Worksheets("CopySheet").Range("H" & j)
            Range("I" & i) = Worksheets("CopySheet").Range("I" & j)
            Range("J" & i) = Worksheets("CopySheet").Range("J" & j)
        End If
    Next j
Next i

```

```

        Range("K" & i) = Worksheets("CopySheet").Range("K" & j)
        Range("L" & i) = Worksheets("CopySheet").Range("L" & j)
    End If
Next j
Next i
With ActiveSheet.Sort
    .SortFields.Clear
    .SortFields.Add Key:=Range("A7"), SortOn:=xlSortOnValues, Order:=xlAscending
    .SetRange Range(Cells(7, 1), Cells(rsk, 11))
    .Header = xlYes
    .Apply
End With
Range("C5") = "100g データ"
End Sub

```

プログラム C （レシピ作成のための食品データ追加プログラム）

Sub データ追加()

'変数宣言

Dim r As Integer

Dim k As Integer

Dim gyo As Integer

Dim gyo2 As Integer

Dim bango As Integer

r = Range("E1")

bango = Cells(r, 1)

If MsgBox("データ追加行番号は正しいですか?", vbYesNo) = vbNo Then

MsgBox "変更してください"

Range("E1").Activate

End

End If

If MsgBox("必要量(g)は全て空欄ですか?", vbYesNo) = vbNo Then

MsgBox "空欄にしてください"

Range("C8").Activate

End

End If

gyo = 3

'番号が空白（データ終了）になるまで繰り返し

Do Until Worksheets("CopySheet").Range("a" & gyo) = ""

```

        gyo = gyo + 1
        If Worksheets("CopySheet").Range("a" & gyo) = bango Then
            End
        End If
    Loop
    gyo = gyo
    gyo2 = r
    '番号が空白（データ終了）になるまで繰り返す
    Do Until Worksheets("Sheet1").Range("B" & gyo2) = ""
        Rows(gyo2).Copy Destination:=Worksheets("CopySheet").Rows(gyo)
        gyo = gyo + 1
        gyo2 = gyo2 + 1
    Loop
    Worksheets("CopySheet").Activate
        With ActiveSheet.Sort
            .SortFields.Clear
            .SortFields.Add Key:=Range("A2"), SortOn:=xlSortOnValues, Order:=xlAscending
            .SetRange Range(Cells(2, 1), Cells(gyo, 11))
            .Header = xlYes
            .Apply
        End With
    Workbooks.Open Filename:=ThisWorkbook.Path & "¥食品成分表.xlsx"
    Dim MaxRow As Long '最終セルの行番号
    Dim MaxColumn As Integer '最終セルの列番号
    'CopySheet をアクティブ化する
    Workbooks(1).Activate
    Worksheets("CopySheet").Activate
    '一番左上から、使用中のセル範囲を取得
    MaxRow = Range("A1").SpecialCells(xlLastCell).Row
    MaxColumn = Range("A1").SpecialCells(xlLastCell).Column
    With Workbooks("食品成分表.xlsx").Sheets("食品成分表")
        .Range("A1", .Cells(MaxRow, MaxColumn)).Value = _
            Range("A1", Cells(MaxRow, MaxColumn)).Value
    End With
    Workbooks("食品成分表.xlsx").Save
    Workbooks("食品成分表.xlsx").Close
    Workbooks(1).Activate
    Worksheets("Sheet1").Activate

```

End Sub

プログラム D （レシピ作成のための栄養摂取量計算プログラム）

Sub 摂取量計算()

'変数宣言

Dim Ryo As Long

Dim bango As Integer

Dim EN As Single

Dim Pr As Single

Dim Li As Single

Dim Cb As Single

Dim Ca As Single

Dim Ir As Single

Dim VtA As Single

Dim VtB As Single

Dim VtC As Single

'Dim Sm As Single

If MsgBox("必要量(g)は入力済みですか?", vbYesNo) = vbNo Then

MsgBox "入力してください"

Range("C8").Activate

End

End If

gyo = 3

'番号が空白（データ終了）になるまで繰り返し

Do Until Worksheets("CopySheet").Range("a" & gyo) = ""

gyo = gyo + 1

Loop

gyo = gyo - 1

rsk = 8

'番号が空白（データ終了）になるまで繰り返し

Do Until Worksheets("Sheet1").Range("B" & rsk) = ""

rsk = rsk + 1

Loop

rsk = rsk - 1

For i = 8 To rsk

bango = Range("A" & i)

Ryo = Range("C" & i)

```

For j = 3 To gyo
    If Worksheets("CopySheet").Range("A" & j) = bango Then
        EN = Worksheets("CopySheet").Range("D" & j)
        Pr = Worksheets("CopySheet").Range("E" & j)
        Li = Worksheets("CopySheet").Range("F" & j)
        Cb = Worksheets("CopySheet").Range("G" & j)
        Ca = Worksheets("CopySheet").Range("H" & j)
        Ir = Worksheets("CopySheet").Range("I" & j)
        VtA = Worksheets("CopySheet").Range("J" & j)
        VtB = Worksheets("CopySheet").Range("K" & j)
        VtC = Worksheets("CopySheet").Range("L" & j)
        Range("D" & i) = Round(EN * Ryo / 100, 2)
        Range("E" & i) = Round(Pr * Ryo / 100, 2)
        Range("F" & i) = Round(Li * Ryo / 100, 2)
        Range("G" & i) = Round(Cb * Ryo / 100, 2)
        Range("H" & i) = Round(Ca * Ryo / 100, 2)
        Range("I" & i) = Round(Ir * Ryo / 100, 2)
        Range("J" & i) = Round(VtA * Ryo / 100, 2)
        Range("K" & i) = Round(VtB * Ryo / 100, 2)
        Range("L" & i) = Round(VtC * Ryo / 100, 2)
    End If
Next j
Next i
'各摂取量の合計
Range("B" & rsk + 2) = "合計"
For j = 3 To 12
    Sm = 0
    For i = 8 To rsk
        Sm = Sm + Cells(i, j)
    Next i
    Cells(rsk + 2, j) = Sm
Next j
Range("C5") = "成分量の計算結果"
Range("A5").Activate
End Sub

```

付録 E (レシピ作成のためのメニュー保存プログラム)

Sub メニュー保存()

```

Dim ws As Worksheet
If Range("B6") = "" Then
    MsgBox "メニューを入れてください!"
    Range("B6").Activate
End
End If
Application.DisplayAlerts = False
For Each ws In Worksheets
    If ws.Name = "SaveSheet" Then
        ws.Delete
    End If
Next ws
Application.DisplayAlerts = True
Worksheets("Sheet1").Activate
Worksheets.Add After:=Worksheets(Worksheets.Count)
ActiveSheet.Name = "SaveSheet"
Worksheets("Sheet1").Activate
Range("SaveSheet!A1:L30").Value = Range(Cells(6, 1), Cells(36, 12)).Value
Worksheets("SaveSheet").Activate
Columns("A:L").AutoFit
Worksheets("Sheet1").Activate
Dim DT As String
DT = Range("B6")
Worksheets("SaveSheet").Activate
'メッセージを無視してそのまま保存
Application.DisplayAlerts = False 'メッセージを一時的に非表示
ThisWorkbook.Worksheets("SaveSheet").Copy
ActiveWorkbook.SaveAs Filename:= _
    ThisWorkbook.Path & "¥メニュー¥" & DT & ".xlsx"
Application.DisplayAlerts = True 'メッセージを表示設定に戻す
ActiveWorkbook.Close False
Worksheets("Sheet1").Activate
End Sub

```


卒業研究報告書

飛行船型水族館の提案

先進科学系

木村脩太郎

指導教員

松田 修

令和5年2月22日

目次

Abstract	1
1. 目的	1
2. 人口問題、過疎化	3
3. 環境問題、SDGs について	5
4. 水族館が飛行船型である理由	5
5. 飛行船のサイズについて	6
6. エンジンの燃料について	7
7. ドローンと飛行船を組み合わせたような機体の構想	8
8. 運用拠点について	8
9. エンジンの構造と仕組み	10
10. リチウムイオンバッテリーについて	10
11. ソーラーパネルの設置について	10
12. ハイブリッドシステムについて	11
13. フィールドワーク	12
14. 最終的な構想	13
15. 参考文献	15

Abstract

With the aim of regional revitalization in mid-mountainous areas, an aquarium concept was used in this study. The aquarium would be mobile, with aquarium functions inside the airship. Airships are increasingly taking environmental issues and the SDGs into consideration, using biofuels and actively utilizing renewable energy. The role of the educational facility will be to educate people about water-related issues that occur around the world. Permanent exhibits on the airship will focus on the ecosystems of the Asahikawa and Yoshiigawa Rivers.

中山間地域の地域活性化を目的に、水族館をコンセプトとした研究である。飛行船内に水族館の機能を持たせ、移動式とする。飛行船は、環境問題やSDGsに配慮し、バイオ燃料を使用することや、再生可能エネルギーを積極的に活用することとした。教育施設の役割としては、世界中で起こっている水に関する問題について啓発、教育を行うことである。飛行船内では、旭川と吉井川の生態系を中心に常設展示を行う予定である。

1. 目的

美作圏域など中山間地域において水族館が設置されているケースは稀である。また、人口の流出も歯止めがかからない状況になってきており、人が集まってくるような地域づくりは重要な課題であると考えた。そこで、観光施設や教育施設となる水族館の設置を構想しようと思い本研究はスタートされた。

以下の表1に、日本動物園水族館協会に加盟する水族館一覧を示す。

水族館名	所在地	備考
小樽水族館	北海道小樽市	
サンピアザ水族館	北海道札幌市厚別区	内陸 新札幌駅近く
登別ニクス	北海道登別市	
千歳水族館	北海道千歳市	内陸 道の駅併設 淡水魚メイン
男鹿水族館	秋田県男鹿市	
加茂水族館	山形県鶴岡市	
福島海洋科学館	福島県いわき市	
いなわしろカワセミ水族館	福島県猪苗代町	中山間地域 淡水域生物メイン
鴨川シーワールド	千葉県鴨川市	
さいたま水族館	埼玉家羽生市	内陸 淡水魚
サンシャイン水族館	東京都豊島区池袋	内陸 都市部
葛西臨海水族園	東京都江戸川区	
しながわ水族館	東京都品川区	
アクアパーク品川	東京都港区	
すみだ水族館	東京都墨田区	スカイツリーの隣
川崎水族館	神奈川県川崎市川崎区	若干内陸 JR川崎駅横
八景島シーパラダイス	神奈川県横浜市金沢区	
なかがわ水遊園	栃木県大田原市	中山間地域付近 川の生き物メイン
富士水族館	山梨県南都留郡忍野村	内陸 山間部
新潟市水族館	新潟県新潟市中央区	
上越水族博物館	新潟県上越市	
寺泊水族博物館	新潟県長岡市	
のとじま水族館	石川県七尾市能登島通町	
東海大海洋博物館	静岡県静岡市清水区	
碧南水族館	愛知県碧南市	
名古屋港水族館	愛知県名古屋市港区	
SEA LIFE 名古屋	愛知県名古屋市港区	
琵琶湖博物館	滋賀県草津市	
宮津水族館	京都府宮津市	
京都水族館	京都府京都市下京区	内陸 都市部
鳥羽水族館	三重県鳥羽市	
伊勢シーパラダイス	三重県伊勢市二見町	
串本海中公園	和歌山県串本町	
大阪海遊館	大阪府大阪市港区	
NIFREL	大阪府吹田市千里万博公園	万博公園内
須磨海浜水族園	兵庫県神戸市須磨区	
城崎マリンワールド	兵庫県豊岡市	
姫路水族館	兵庫県姫路市	内陸 都市部
玉野海洋博物館	岡山県玉野市	
宮島水族館	広島県廿日市市宮島町	
しまね海洋館	島根県浜田市	
桂浜水族館	高知県高知市	
足摺海洋館	高知県土佐清水市	
おさかな館	愛媛県北宇和郡松野町	内陸 中山間地域
海の中道水族館	福岡県福岡市東区	
大分マリンパレス	大分県大分市	
かごしま水族館	鹿児島県鹿児島市	
ペンギン水族館	長崎県長崎市	
美ら海水族館	沖縄県本部町	

表 1 日本動物園水族館協会に加盟する、水族館一覧。

表 1 で枠内が赤く色付けされている部分は、内陸地かつ山間地かそれに近い位置に所在する水族館である。内陸地にある水族館、10 か所中 3 か所が山間部やそれに近い位置であることが分かった。備考欄に何も書かれていない水族館は海に面している位置に所在している。

2. 人口問題、過疎化

以下の表 1 に、津山市、真庭市、美作市の令和 2 年国勢調査結果速報資料から得られた人口を示す。増減数と増減率は、平成 27 年国勢調査との対比である。

市町村名	人口	増減数	増減率
真庭市	42,766 人	-3,358 人	-7,3%
津山市	99,994 人	-3,752 人	-3,6%
美作市	25,963 人	-2,014 人	-7,2%

表 1 真庭、津山、美作市の人口状況

以下の図 I に 3 市の平成 12 年から令和 2 年の国勢調査で得られた人口推移データをグラフで示す。

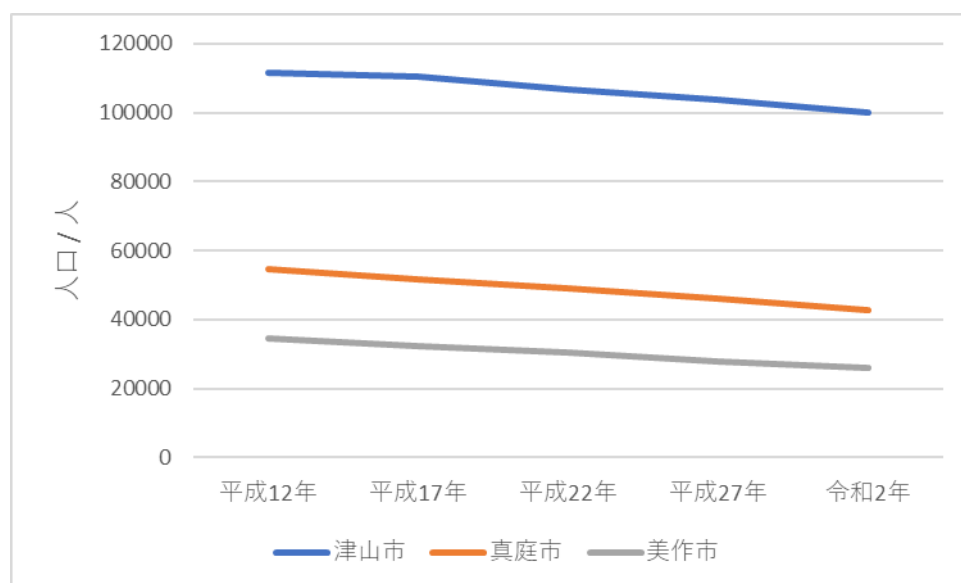


図 1 国勢調査によって得られた人口推移データ

グラフから分かるように、継続的に人口の減少が進行しているのがわかる。

以下の表 2、表 3 に真庭市における令和 4 年 11 月の人口の動きを示す。表 2 では、出生や死亡による自然動態増減のデータをしめす。表 3 では、転入や転出による社会動態増減をしめす。

	出生			死亡			自然動態増減
	男	女	合計	男	女	合計	合計
1月	8	10	18	33	43	76	-58
2月	5	12	17	38	41	79	-62
3月	16	13	29	45	28	73	-44
4月	10	6	16	22	39	61	-45
5月	7	12	19	29	41	70	-51
6月	6	8	14	29	31	60	-46
7月	8	8	16	20	25	45	-29
8月	10	12	22	28	32	60	-38
9月	10	10	20	35	31	66	-46
10月	5	13	18	39	46	85	-67
11月	7	8	15	31	41	72	-57
12月	8	10	18	48	59	107	-89
合計	100	122	222	397	457	854	-632
平均	8.333333	10.16667	18.5	33.08333	38.08333	71.16667	-52.66666667

表 2 自然動態増減に関するデータ

	転入			転出			社会動態増減
	男	女	合計	男	女	合計	合計
1月	30	20	50	28	35	63	-13
2月	19	28	47	35	31	66	-19
3月	106	75	181	149	165	314	-133
4月	77	78	155	55	57	112	43
5月	35	26	61	43	32	75	-14
6月	22	19	41	30	22	52	-11
7月	29	27	56	39	35	74	-18
8月	31	40	71	43	33	76	-5
9月	28	30	58	34	32	66	-8
10月	27	30	57	33	33	66	-9
11月	26	22	48	31	33	64	-16
12月	32	26	58	34	33	67	-9
合計	462	421	883	554	541	1095	-212
平均	38.5	35.08333	73.58333	46.16667	45.08333	91.25	-17.66666667

表 3 社会動態増減に関するデータ

表 2 での出生や死亡による自然動態増減数は、死亡数が出生数を上回る自然減の状態となっていた。表 3 では転出や転入による社会動態増減数は、転出数が転入数を上回り社会減の状態と

なっている。また、高齢化率も全体的に高くなっている傾向にあった。津山市では令和 2 年時点で 30.7%、真庭市では、令和 2 年時点で 38.7%、美作市では、41.3%であった。美作市の数値は、全国平均の数値で見ると約 20 年先の

3. 環境問題及び SDGs について

本研究における水族館では、教育施設という目的も含まれている。そこで、水族館全体で環境問題や SDGs に配慮したものとし、またそれを来館者に発信していく。Sustainable Development Goals、持続可能な開発目標は、すべての人々にとってより良い持続可能な未来にするため、貧困、不平等、気候変動、環境汚染、平和など地球規模の課題に取り組み、2030 年までに達成すべき具体的な目標を定めたものである。その中でも今回は、「質の高い教育をみんなに」、「気候変動に具体的な対策を」、「海の豊かさを守ろう」の 3 つについて重点的に取り組むこととした。

「質の高い教育をみんなに」の項目では、移動式ということを活かして、水族館や河川や海洋に関する教育を受ける機会の少ない人たちにも、受ける機会を増やし水辺の環境についてなどを深く知ってもらうことを目標とする。「気候変動に具体的な対策を」の項目では、実質二酸化炭素排出量ゼロを目指し、バイオ燃料や太陽光発電や風力発電など再生可能エネルギーの効率的活用を行う。「海の豊かさを守ろう」の項目では、水族館運営を通じて、人々に今現在進行している環境汚染や気候変動による、生物等の生息環境の変化を知ってもらい、一人一人が今まで以上に環境改善に向けて様々な取り組みを少しでも行ってもらえるようにすることを目標とする。

4. 水族館が飛行船型である理由

飛行船型水族館を採用する理由としては、目立つことや見た人に強い印象を与えることができることや、移動が可能なので条件付きではあるが展示場所を選ばないこと、これら 2 つの理由があげられる。

目立つ理由としては、国内で現在登録されている飛行船はない。この情報は、国土交通省航空局の登録状況を確認した。以下の表 4 に、過去に登録された機体と現在の状況について示す。

機体登録番号	登録状況
N620LG(登録国：アメリカ)	運用中
N614LG(登録国：アメリカ)	運用中
JA12ZP	2009 年 3 月 抹消
JA101Z	2010 年 7 月 抹消
JA1004	1996 年 12 月 抹消

表 4 過去に国内で運航された飛行船の機体登録状況

日本国内において、飛行船は非常に珍しい存在となっている。このため、行く先々で人々の眼

につきやすく、見せるだけであっても PR 効果は大いに見込める。2022 年 3 月末から 5 月末まで「アサヒスーパードライ」のプロモーションとして飛行船が運航された。このように広告用として利用されているため、先に述べたように PR 効果は一定以上確約されているということになる。今回の飛行船の運航は 7 年ぶりであった。テレビニュース等でも多く報道され人の眼に触れる時間は多くなっていた。これらのことから、見た人に強い印象を与えることができることにもなり、より多くの人にこの水族館で取り組んでいることに興味を持ってもらえるようになる。

次に展示場所を選ばないについて。飛行船の内部に水族館としての機能を備えているため、水族館自体が、移動していき着陸場所さえ確保することができれば行く先々で展示を行うことができる。条件としては、飛行船の大きさに合わせた安全に離着陸できるスペース、航空法などの法律に抵触しないエリア、運航時の天候状況が挙げられる。運航前に移動展示が可能か実地において調査を行う必要がある。これらの条件を解決することができれば移動展示を行うことができる。移動展示の対象としては、小学校、中学校、高等学校、病院、県や市町村単位でのイベントとすることを考えている。必要に応じてこれら以外についても移動展示を行う。

5. 飛行船のサイズについて

飛行船考案のため、まず大きさをどのくらいにするか検討を行った。津山市立の小学校 27 校、中学校 8 校、真庭市立の小学校 20 校、すべてのグラウンドのサイズを計測し、適切なサイズとなるように検討した結果、65m×18m×20m(全長×高さ×幅)のサイズに決定した。以下に、計測を行った学校を順不同で示す。

津山市立

中学校

・東 ・西 ・中道 ・北稜 ・鶴山 ・加茂 ・勝北 ・久米

小学校

・東 ・西 ・南 ・北 ・林田 ・鶴山 ・弥生 ・向陽 ・院庄 ・佐良山 ・一宮
・高田 ・清泉 ・高倉 ・高野 ・成名 ・河辺 ・大崎 ・広野 ・加茂 ・新野
・広戸 ・勝加茂 ・喬松 ・中正 ・誠道 秀実

真庭市立

小学校

・北房 ・落合 ・天津 ・木山 ・美川 ・河内 ・川東 ・遷喬 ・草加部 ・米来
・檜邑 ・余野 ・勝山 ・月田 ・富原 ・美甘 ・湯原 ・中和 ・八束 ・川上

飛行船のサイズの選定で、小学校や中学校のグラウンドのサイズを使う理由としては、出前授業を行うことを想定し、計測してサイズ検討を行った。

以下の図 1 に、上記の学校のグラウンドの最大長を計測し、得られたデータの統計グラフを示

す。

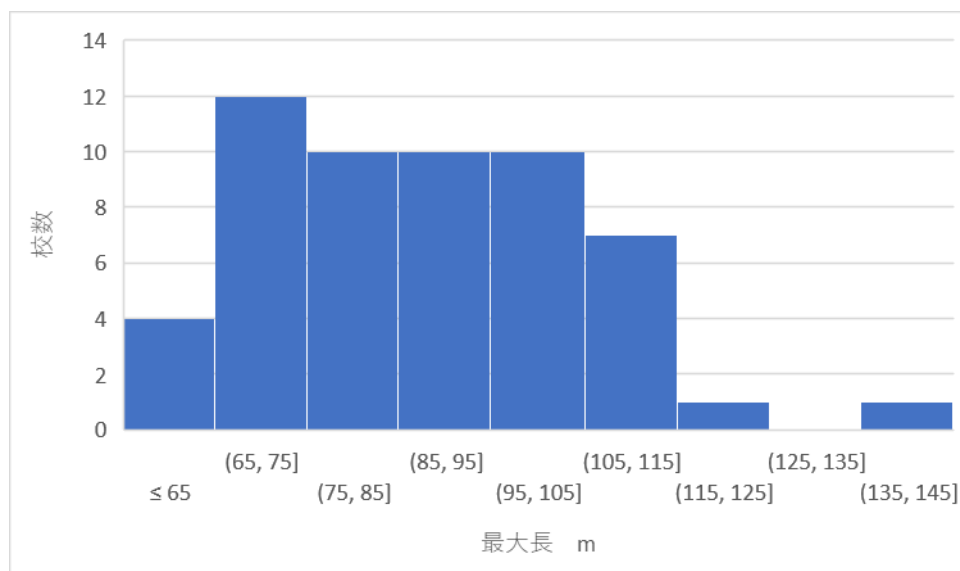


図2 グラウンド最大長の統計グラフ

今後、計画を進めていくうえで、飛行船のサイズダウンも視野に入れながら、今回の決定は暫定的な最大値とする。1部の学校において、サイズが足りていないグラウンドがあったが、そのような学校は生徒数が減少しているので、他の学校と合同でイベントを実施するなどの手法をとるならば、考慮する点にはならない。

決定したサイズの飛行船が、現実的に作成可能なのかを評価するために、今現在稼働中の最大の飛行船についてリサーチを行った。その結果、先ほど算出サイズより大きい飛行船が稼働中であることが分かった。そのサイズは、全長 92m、幅 43.5m、であり現在想定しているものよりも大きいことが分かった。機体には炭素繊維など軽くて丈夫なものが使われていることも分かった。

6. エンジンの燃料について

機体に搭載するエンジンの燃料について調査検討を行った。Sustainable Aviation Fuel 通称“SAF”は持続可能な原料をもちいて製造されており、従来の化石燃料に比べ約 80%の二酸化炭素排出量の軽減が見込める。よって、SDGs や環境配慮の点から、バイオ燃料を軸に選定をすすめた。それにより 2つの候補を見つけた。

1つ目は、株式会社ユーグレナが生産しているバイオ燃料。もう1つは、日本航空株式会社(以降 JAL と表記)が出資しているバイオジェット燃料製造事業で作られたバイオジェット燃料である。また、同じ JAL で古着からバイオジェット燃料をつくるというプロジェクトも行われていた。バイオジェット燃料「サステオ」は、使用済み食用油と微細藻類のユーグレナから抽出されたユーグレナ油脂を原料としている。現在使用されている原料の割合としては、使用済み食用油が 90%程度、ユーグレナ油脂が 10%程度使われている。サステオのバイオジェット燃料は、国際規格である「ASTM D7566 Annex6」の新規格を取

得しており、民間航空機に搭載可能な燃料として国際的に認められている。また、サステオは国内で製造されているのでこちらで構想を進める方が現実的なのではないかと考えた。しかし、サステオを生産するプラントの生産能力は年 125 KL にとどまっており、1L 当たりの値段は 1 万円程する。現在インドネシアにおいて大型製造設備が建設されており、4年後を目標に年 5 万 KL の生産能力を持てるようになる。そうなれば、バイオ燃料単体で 1L 当たり 200 円以下を実現できるようになると思われる。サステオの製造工程においては、技術流出防止の観点から詳しく知ることができなかった。

7. ドローンと飛行船を組み合わせたような機体の構想

現在の構想では、飛行をアシストするためにドローンと飛行船を組み合わせたような機体を考えている。そのため飛行に必要なエンジンについても調査を行った。現段階では燃料との兼ね合いもあるので、ジェットエンジンの一種のターボシャフトエンジンと発電用ディーゼルエンジンを中心に調査情報収集を行っている。ターボシャフトエンジンはタービンの排気から軸出力を得る機構をしている。このエンジンはヘリコプター向けとして使われている。

このエンジンのメリットとしては、出力当たりの重量、体積が小さい、エンジン自体の振動が少ないこと、またオーバーホール周期が長いことなどがあげられる。デメリットはエンジン自体が高価であること、塵埃や異物の吸入により圧縮機のブレードが損傷などの恐れもある。メリットから分かるように、小型で軽量のエンジンから高出力なパワーを得ることができる。またメンテナンスの周期も長いことから、運用できない期間を短くできて、より多くの人に見てもらえることができそうである。

発電用ディーゼルエンジンについては、熱のエネルギー変換効率が良いことや、トルクの数値が良いのでスムーズな出力調整ができる。さらに使用燃料が他の燃料に比べ安価である。エンジンの整備も条件によるが、実施までのスパンは長いなどのことがメリットとしてあげられる。燃料価格はバイオディーゼル燃料に比べジェット燃料は価格が 3 倍ほど高い。また、バイोजェット燃料については、まだ従来のジェット燃料と SAF の混合使用にとどまり、SAF100%での使用は実現していない。

8. 運用拠点について

現在運用拠点の候補は津山高専、真庭市蒜山である。5 月下旬に真庭市蒜山で現地視察を行った。周辺施設や周辺状況、利便性などを調べた。蒜山高原はひらけている。そのため、障害物も少ないので飛行船の運用拠点としては適している。また、最近観光客の誘致もかなり成功していて、すでにあるスポットや宿泊施設など、魅力の高いものはたくさんあるので、すでにある程度の集客力は見込める。飛行船を普段泊めておく場所は蒜山高原センターの北側の緑地が蒜山での第一候補となっている。津山高専については敷地が限られており、運用によっては学生に影響が出ることも考えられるので、候補地としては蒜山より不向きであると判断した。以下の図 3 に拠点予定地の全景写真を示す。



図3 拠点予定地の全景写真

この写真は、県道 114 号線沿い、岡山県真庭市蒜山上福田 1205-218 付近から、西北西方向を写したものである。

先に述べたように、観光客の集客力がある程度見込めている理由としては、岡山県観光客動態調査結果より明らかであった。近年の COVID-19 感染症拡大の影響で観光客数の落ち込みはあるものの、蒜山高原は県内屈指の観光地である。以下の図 4 に、岡山県観光客動態調査結果より得られた、蒜山高原を訪れた観光客の数を、平成 28 年から令和 3 年までグラフで示す。

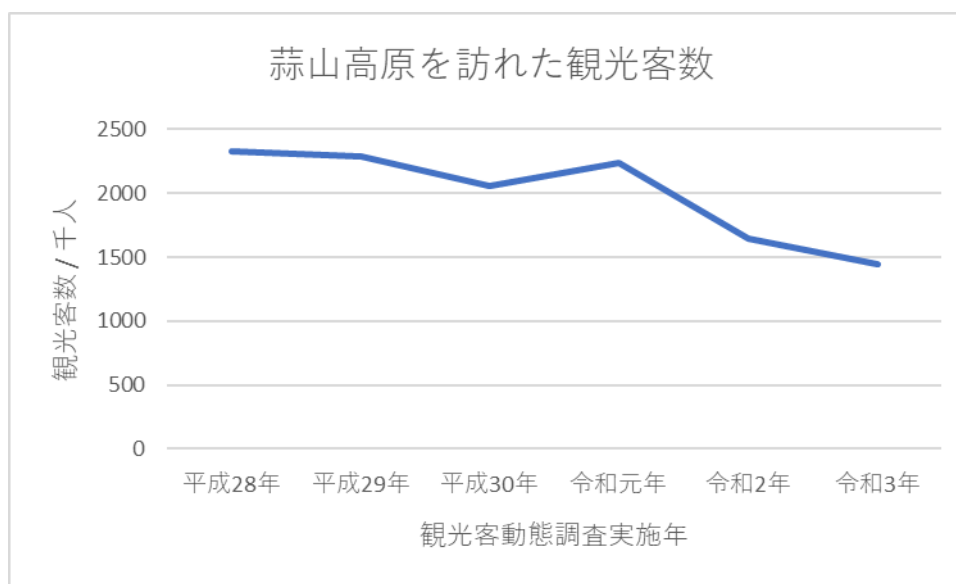


図4 蒜山高原を訪れた観光客数の推移

岡山県の主要観光地において、平成 28 年・平成 30 年・令和 2 年で観光客数 2 位、平成 29 年・令和元年令和 3 年においては 3 位を記録している。

9. エンジンの構造と仕組みについて

引き続きターボシャフトエンジンを実際に、飛行船に載せて運用することが可能なのか、検討するため構造やエンジンの仕組みにつて、調べ理解を深めた。

造については、基本的にはジェットエンジンに似ていて前方の圧縮機で取り込んだ空気の圧力を高め、その空気を燃焼室に送り込む。燃焼室では、送り込まれてきた高圧の空気に燃料を吹き付け、高圧の燃焼ガスを発生させる。その排気を利用して、フリータービンと呼ばれる、独立したタービンを排気の力で回すことによって、タービンについた軸（シャフト）をまわし、出力として利用する。当初は、エンジンからの出力を直接プロペラに伝えることを想定していたが、電力面や環境への配慮から、一度電力化してから利用する案を検討した。エンジンで発電機のモーターをまわして電力化し、プロペラを回すモーターに供給したり、リチウムイオンバッテリーに充電したり、水族館機能に必要な電力を供給したりできるのではないかと考えた。それに伴い、リチウムイオンバッテリーの搭載とソーラーパネルの設置についても検討する必要が出てきた。

10. リチウムイオンバッテリーについて

リチウムイオンバッテリーはここ数年で航空機に搭載されたりなどしており、実現度は高く感じる。リチウムイオンバッテリーの良い特徴としては、高出力で長寿命、未使用時の電圧低下がほとんどないなどがあげられる。逆に懸念事項は高温によって発火する可能性があることや、衝撃や外力、変形によってショートを起こす可能性があることです。しかし、これらの問題は技術の進歩に伴い改善されつつあり、重大な懸念事項とはならないと判断できる。現在、多くの航空機にリチウムイオンバッテリーは搭載されており、多くの点で安全性が実証されていることは明らかである。これらにより、電力化システムや送配電システムについても検討する必要がある。前述で一度電力化する案が出たが、これにより発電用ディーゼルエンジンを設置する案でも可能となった。

ターボシャフトエンジンと発電用ディーゼルエンジンの二つの案では燃料コストの面で大きな差がある。ジェット燃料と軽油では価格が大きく異なる。また、現在のバイオジェット燃料と石油由来燃料の混合率は10%~50%ほどに対して、バイオディーゼル燃料は100%の含有率で使いがることが排ガス試験において実証されている。さらに、エンジン自体の価格もターボシャフトエンジンに比べ安価である。このことから、初期納入費用やランニングコストを考えると、ディーゼルエンジンの搭載はより現実的な印象を持った。

11. ソーラーパネルの設置について

ソーラーパネルは従来の大きなパネル型だと、重量もあり、破損の恐れもある。そこで、調べたところシート型のF-WAVEという太陽光電池があった。この太陽電池は、薄いシート状になっていて加工も容易であることが分かった。さらに、物理的な障害に対する耐久性もかなりあり、安定的な発電効率を保て、

曇りでも発電が可能となっている。曇りでも充電を可能にしたのは、太陽光電池にアモルファス半導体が使われているからである。この半導体により幅広い波長の光を吸収することで、曇りでも発電できるという仕組みである。

エンジン、ソーラーパネル、バッテリーの組み合わせによって運航に必要なパワーや、生物の管理や展示に必要な電力を賄うことは十分可能であると考ええる。また、運用拠点に留置中は再生可能エネルギーを基本とした電源システムを接続することを検討している。利用しようと考えている具体的な再生可能エネルギーは、水力、風力、太陽光を想定している。

1 2. ハイブリッドシステムについて

発電用ディーゼルエンジンとバッテリー、太陽光発電等を組み合わせ効率的に活用していくために、前述で出た送配電システムの一環として、ハイブリッドシステム搭載の必要性がある。ハイブリッドシステムは、発電機で作った電気がインバーターを介して、バッテリーに充電を行うことや、モーターなどの出力として電力を効率よく分配していくシステムである。ハイブリッドシステムのメリットとしては、燃費効率を最大限まで伸ばすことができることや、エンジンの負担軽減も見込め、結果としてエンジンの長寿命化にもつながり、ランニングコストの軽減にもつながることが挙げられる。デメリットとして挙げられるのは、システム搭載による重量の増加が見込まれることである。積載量の低下や、骨組み等の肥大化が懸念される事項になっている。

ハイブリッドシステムには、大きく分けて3つの種類の方式がある。それらはそれぞれ、シリーズ方式、パラレル方式、スプリット方式と呼ばれる。シリーズ方式は、エンジンで発電機を動かし得られた電力をバッテリーに蓄え、その電力を利用して駆動用モーターなどを動かす方式である。パラレル方式は、基本的にはエンジンから得られる動力を利用して動かす。出力の増大が必要となる場面では、瞬時に最大出力が得られるモーターのアシストを受けて、燃料の使用量を抑えることができる仕組みとなっている。スプリット方式は、状況に合わせてエンジンとモーターを使いわけを行うほか、両方を使いながら効率よくエネルギーを得られる方式。この方式は、燃費効率が下がる場面ではモーターが駆動を担い、巡航時等は、エンジンのみや、エンジンとモーター双方を使って効率よく動かすことができる。しかし、この方式では、動力分割機構の制御が非常に複雑であり、また特許の問題からもあまり普及していない。この3種類の方式から本研究では、シリーズ方式を採用することとした。飛行船型水族館の運用において電力が中心となるため、このシリーズ方式が適していると判断した。以下の図 5 に飛行船型水族館におけるハイブリッドシステムの概略図を示す。

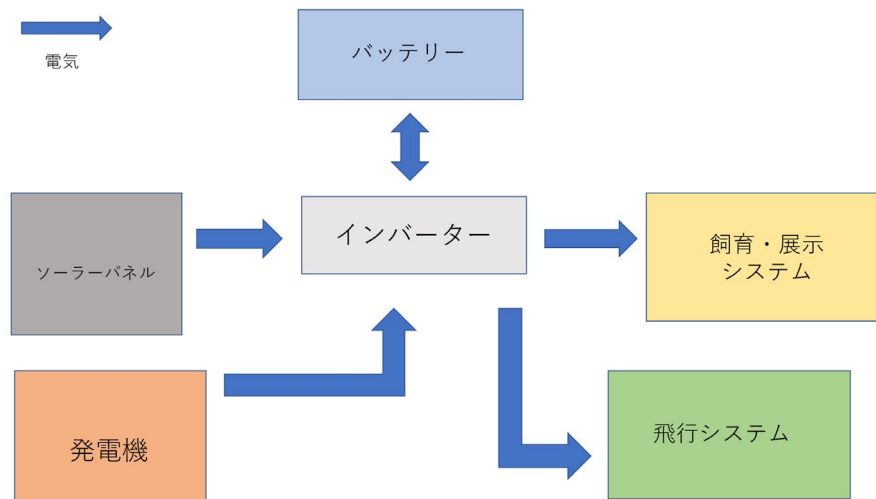


図5 本研究の水族館における、ハイブリッドシステムの概略図

このシステムでは、発電機やソーラーパネルから得られた電力がインバーターを介して、バッテリーに充電を行ったり、その他のシステムに電力を供給したりすることができる。バッテリーに充電した電力を使う際もインバーターを介してそれぞれに供給される。ここでのインバーターの役割としては、電圧や周波数を任意の数値に変更することや、モーターの回転速度を制御することである。飛行船のプロペラを動かすモーターは、VVVF インバーターを利用し、その他の電力システムに関しては、通常の制御のみ行えるインバーターを利用する。VVVF インバーターは、電車等に搭載されている主制御装置で、電車のモーターを走行状況に応じて、適切な電力を供給することで、滑らかかつ迅速な加減速を実現している。このシステムを応用し、飛行船の飛行状況に合わせて適切なモーター出力を実現し、安定的で安全な飛行をアシストする。

1 3. フィールドワーク

情報収集や構想を行うことに加えフィールドワークも行った。フィールドワークは、香川県宇多津町にある四国水族館と、兵庫県神戸市にあるみなとやま水族館で行った。フィールドワークは、比較的新しく開業した水族館からインスピレーションを得ることや、その水族館の特徴やコンセプトを理解し、より良い水族館づくりが行っていきけるようにする目的のもと実施した。

まず、四国水族館は宇多津駅より北西に徒歩で15分バスなら3分ほどの場所にあり、敷地は瀬戸内海に面している。屋内施設は他の有名な水族館に比べ大きくはないが、屋外にも展示施設がありイルカやアシカ、ペンギンなど見ることができる。屋内は瀬戸内ゾーンや太平洋ゾーン、深海ゾーン、海月ゾーン、淡水ゾーンがあり、それぞれのゾーンの特色に応じた展示が行われていた。展示されている水槽内は、その生物の生息環境に合わせた配置にしてあり、それぞれの生息している環境がよく分かるようになっていた。また、館内は照明が全体的に暗くしてあり、それに対して水槽は少し明るくなっているので非常に水槽内が見やすいという印象を持った。

展示されている生物の説明の看板が手書きで作られていたのは、とてもオリジナリティを感じた。大きな水槽の前にはベンチなど座れる場所が設置されており、ゆっくりと過ごすことができるようにされて

いた。次にみなとやま水族館は湊山小学校の跡地や建物を利用して作られた水族館である。場所は神戸駅からバスで 14 分、三宮駅からバスで 20 分ほどの場所にある。この水族館は館内に入ってまず感じたのは、想像していたよりもかなり館内が狭く感じた。しかし狭いながらも時間の流れはとてもゆっくり流れるように感じた。この館内には、ほとんど水槽の前に椅子や座布団がおかれていて、一つ一つじっくりと見ることができ、魚の優雅な泳ぎや、貝やくらげののんびりとした姿を堪能することができた。水槽も 1 部かなり低い位置に設置されていて座ってゆっくり楽しむことを目的として作られたのかなと感じた。二ヶ所の水族館回って、水槽の大きさに応じたアクリルガラスの厚みなども確認することもできた。以下の図 6、図 7 に、フィールドワークで撮影した写真の一部を示す。



図 6 四国水族館の写真



図 7 みなとやま水族館の写真

1 4．最終的な構想

飛行船のサイズは、全長 65 m、全幅 20 m、高さ 18 m、とする。使用エンジンは、ディーゼル発電機の 500 kw 級を 4 基搭載(1 基あたりの重量は、約 1900 kg)。ディーゼル発電機の燃料には、バイオディーゼル燃料を利用し、実質二酸化炭素排出量削減を目指す。フィルム状ソーラーシートは、飛行船の上部に貼り付け、常時発電を行う。リチウムイオンバッテリーは、2 基搭載。電気の送配電システム及びハイブリットシステムに組み込むインバーターは、通常のインバーターと、VVVF インバーター各 2 基ずつ、計 4 基搭載。骨組みには軽合金と FRP を利用。膜材には、ガスバリア性の高いエバルや、ポリアリレート系高強力繊維、ポリウレタンを使う。飛行船の建造費用に 3～4 億円、水族館設備、拠点整備に 6 億円を見込む。

次に、展示内容の構想を説明する。以下の図 8～10 で、飛行船内部の大まかな配置図を示す。

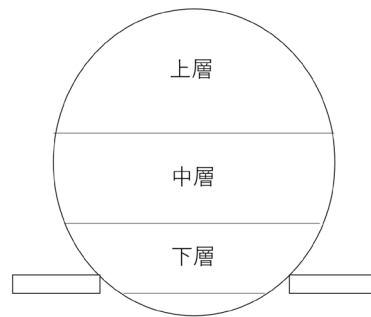


図 8 飛行船の断面図

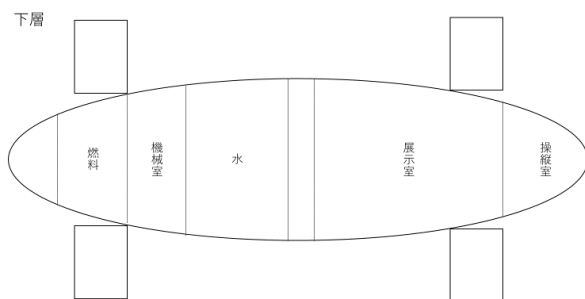


図 9 飛行船下層部の配置予定図

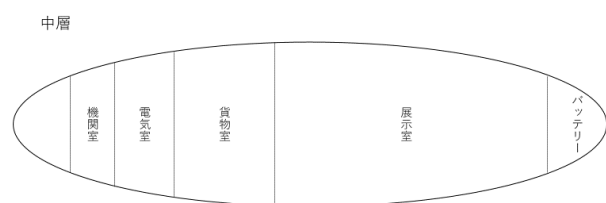


図 10 飛行船中層部の配置予定図

上層の部分は、浮袋の中にヘリウムを充填し固定しておくスペースとなっている。中層と下層に展示室を備えており、行く先々で展示を行うことが可能となる。展示室の内容は、常設の水槽に加え、VRゴーグルやスクリーンを用いた展示も行い、展示会場でのニーズにあわせた展示を行うことを可能としている。常設水槽内は、岡山県北部の山間部から沿岸部、瀬戸内海までを区間ごとに区切り、流域によって生物の生息状況や環境について理解してもらえる内容とする。そのほかは、現在の環境問題などによって、生物の生息環境などがどの様に変化しているのかも、比較できるような展示も行う。VRを用いた展示では、水槽のサイズの都合上展示することが不可能な生物や、海の中などをどの様になっているかを自分が体感しながら学べる教育展示などに有効活用していく。

拠点となる施設の概要は、飛行船の整備・点検を行える設備を備えることや、飼育展示に必要な資材や水、人工海水を常備しておける施設を建設する。拠点では、再生可能エネルギーを用いた発電を行い、二酸化炭素排出量の削減を推進する。

飛行船の運用、水族館の運営、水族館での教育活動のすべてにおいて、環境問題及びSDGsを意識し、一人でも多くの人に問題解決に向けて少しでも取り組んでもらえるように広くPRする。また、これらの活動によって美作地域に、多くの人や企業などに興味を持ってもらい、足を運んでいただき最終的には美作地域に移住してきてもらい、人口流出問題の解決策となり、地域活性化が加速するような構想となりたい。

1 5. 参考文献

日本動物園水族館協会 <https://www.jaza.jp> (2023-01-19)
総務省統計局 令和2年国勢調査 <https://www.stat.go.jp> (2023-01-11)
真庭市 公式ホームページ <https://www.city.maniwa.lg.jp> (2023-01-13)
外務省ホームページ <https://www.mofa.go.jp> (2022-12-22)
日本ユニセフ協会 <https://www.unicef.or.jp> (2022-12-20)
Fly Team <https://flyteam.jp> (2023-01-06)
国土交通省航空局 <https://www.mlit.go.jp/koku/> (2023-01-06)
Google Earth <https://www.google.co.jp/intl/ja/earth/> (2022-06-10)
津山市 公式サイト <https://www.city.tsuyama.lg.jp> (2023-01-10)
株式会社ユーグレナ <https://www.euglena.jp> (2022-10-23)
日本航空株式会社 <https://www.jal.com> (2022-10-23)
丸紅株式会社 <https://www.marubei.com> (2022-10-23)
岡山県庁 ホームページ <https://www.pref.okayama.jp> (2023-01-18)
三菱重工業株式会社 <https://www.mhi.com> (2022-07-04)
株式会社 IHI <https://www.ihi.co.jp> (2022-07-16)
本田技研工業株式会社 <https://www.honda.co.jp> (2023-01-06)
トヨタ自動車株式会社 <https://global.toyota> (2023-01-06)
東洋電機製造株式会社 <https://www.toyodenki.co.jp> (2023-01-06)
四国水族館 <https://shikoku-aquarium.jp> (2022-09-25)
みなとやま水族館 <https://minatoyama.jp> (2022-09-25)

卒 業 研 究

変形可能な多面体の解析

先進科学系

下井谷聡太

指導教員 松田修

令和4年2月20日

概要

2次元空間内では線だけで構成された平面図形の自由度を求める一般的な式としてクック・バツハ・グルーブラー方程式が知られている。しかし、3次元空間でのクック・バツハ・グルーブラー方程式は知られていなかった。本研究の目的は、3次元空間における多面体の変形の自由度を調べることである。本論文では、Harvard John A. Paulson School of Engineering and Applied Sciences が 2017 年 1 月 19 日に YouTube に投稿した動画「Reconfigurable Materials」で使用されていた多面体と、線だけで構成された平行六面体の2つの変形を研究する。まず、発見したいくつかの命題を証明して、GeoGebra で動きを再現する。

Abstract

In two-dimensional space, the Kutzbach-Gruebler's equation is known as a equation for finding the degrees of freedom of a plane figure composed only of lines. However, the Cookbach-Grubler equation in three-dimensional space was not known. The purpose of this study is to investigate the degree of freedom of deformation of polyhedra in three-dimensional space. In this paper, we study two deformations: a polyhedron used in the video "Reconfigurable Materials" posted on YouTube by Harvard John A. Paulson School of Engineering and Applied Sciences on January 19, 2017, and a parallelepiped composed only of lines. First, we prove some of the propositions we discovered and reproduce the movement with GeoGebra.

目次

1. はじめに	3
2. $D, \partial D(\theta), L$ の定義.....	4
3. Reconfigurable Materials の多面体の解析	5
3-1 自由度の解析	5
3-2 GeoGebra での再現.....	10
4. 折り畳み多面体の解析	10
4-1 折り畳み多面体の自由度の解析.....	10
4-2 折り畳み多面体の特徴	13
4-3 折り畳み多面体の GeoGebra での再現	14
5. 平行 $2n$ 超胞体への拡張	15
5-1 平行 $2n$ 超胞体の性質.....	15
5-2 平行 8 超胞体の対称性	16
6. 今後考えられる研究	18
7. 参考文献	18
8. 付録	18

1. はじめに

3次元空間において、多面体が変形できるための条件を見つけるため、2つの多面体を用いて研究を行った。研究の動機は Harvard John A. Paulson School of Engineering and Applied Sciences が2017年1月19日にYouTubeに投稿した動画「Reconfigurable Materials」を見たことにある。その後、私たちは Reconfigurable Materials の多面体を再現した。そしてこれを元に新たな多面体を制作した。それを以下の図1、図2に示す。

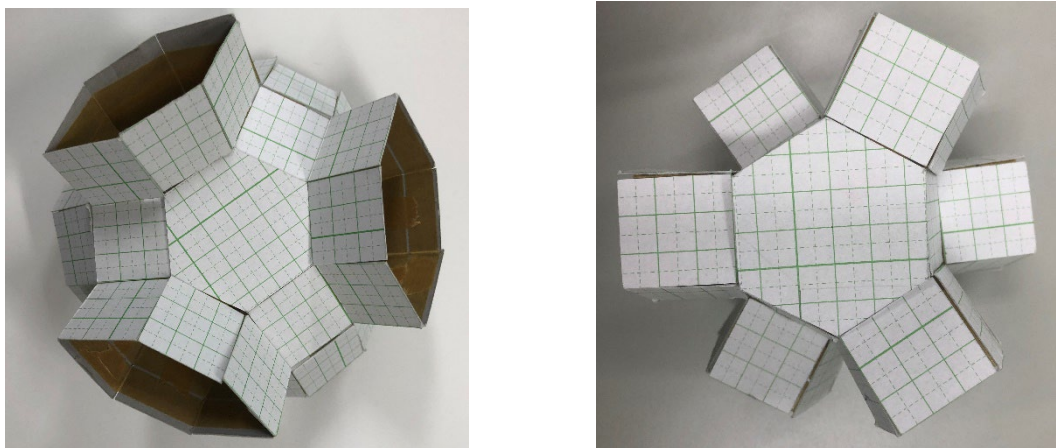


図1 Reconfigurable Materials の多面体を再現したもの

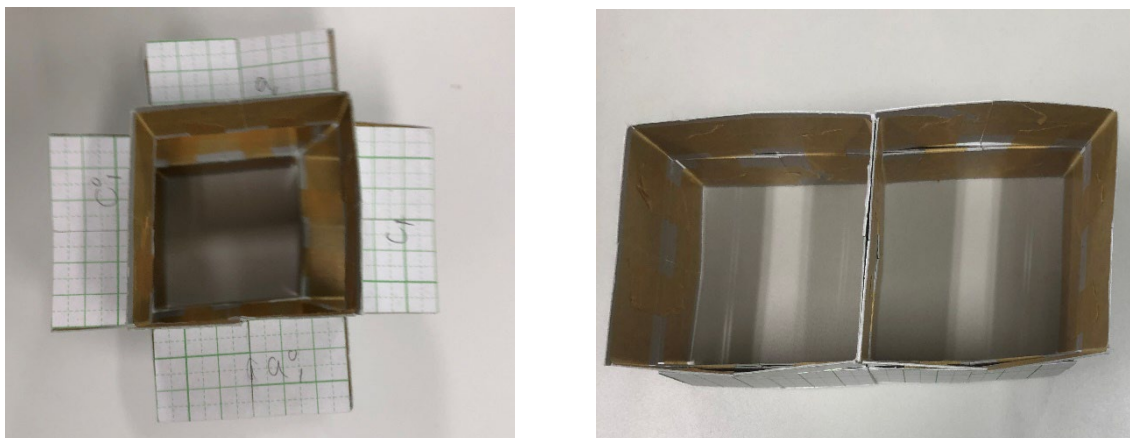


図2 新たに作成した多面体

図1の左図は変形している状態のものであり、右図は完全に変形し終わった状態である。図2の左図は変形前の状態であり、右図は変形した状態の1つである。

本研究では、この2つの多面体の変形についてその理論的な研究を行う。そのため隣接行列、行列、関数、クックバッハ・グルーブラー方程式、ベクトル解析を用いて解析することを試みた。最初の数か月は以下のクックバッハ・グルーブラー方程式を用いて平面図形の解析を行っていた。

$$F = 3(n - 1) - 2J$$

F は自由度で何個の変数によって変形するのかを表す． n はリンクの数で辺の数を表す． J は各辺の自由度の和を表す．この式で平面図形の自由度は計算をすることができたが，3次元空間内の多面体においては上手く自由度を表現することができなかった，その後クック・バツハ・グループラー方程式を用いた連立方程式を研究した．しかしこの研究では，その連立方程式の作成に使用した特別な多面体について自由度を計算できたが，一般の多面体に応用することはできなかった．次に，ある種の関数を用いて多面体を解析することを試みたが，変域や変形した後の式を表現できなかった．さらに，行列を用いて解析を試みた．しかし，多面体が複数のパーツに別れて構成されているので，着目した一部分の動きを回転行列で計算できたが他の部分は計算できなかった．

最後に，ベクトルと内積を用いて角度に関する関数を作り考察した．この方法は本研究が目的とする多面体の変形を表現することに適していた．本論文では，この方法を用いて研究していく．

2. $D, \partial D(\theta), L$ の定義

本研究で扱う変換では，長さとは面は変化しないものとする．その上で以下を定義する．

- ① 記号 D は，内部を含む多角形の面を意味する．
- ② 記号 ∂D は， D から D の内部を除いた部分を表す．
- ③ L_i は直線を意味し， $\partial D = \cup L_i$ とする．そして， ∂D を **リンク機構** と呼ぶ．

注意． ∂D は変換によって，直線は変化しないが，形状は変化する．

特に， ∂D が平行四辺形するとき，その一つの内角 θ を意味する記号として， $\partial D(\theta)$ を用いる． ∂D は変換によって，形状が変化するため， $\partial D(\theta)$ が変化するということを意味する．

<例>

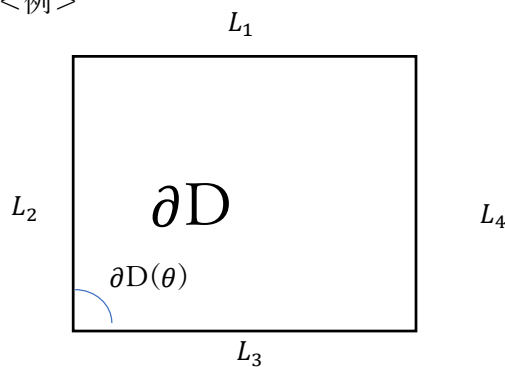


図 3 $\partial D(\theta)$ のイメージ図
($\partial D(\theta)$ は変化する)

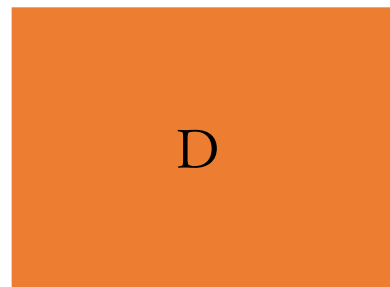


図 4 D のイメージ図)

図 3 を ∂D とする（すなわち直線で構成されたリンク機構である）．したがって図 3 の ∂D の内角である $\partial D(\theta)$ は変化する．図 4 は面 D である（内部を含む）．

3. Reconfigurable Materials の多面体の解析

3-1 自由度の解析

Reconfigurable Materials の多面体は正方形で囲まれた穴あき六角柱は全て変形可能な面であるが，他の面は全て変形不可能な面で構成されている．

図5に示した Reconfigurable Materials の多面体は1つの角度の変数によって構成される自由度1の変形であると考えられる．このことを示すためにまず次の命題を立て証明した．

命題 3-1 Reconfigurable Materials の多面体の正六角形の角を θ ，下図の面①と面②，面①と面③のなす角をそれぞれ α ， β とする．このとき $\mathbf{a}$ と $\mathbf{x}$ の内積は次式で表される．

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = \frac{\tan \theta \tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} \quad (\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2})$$

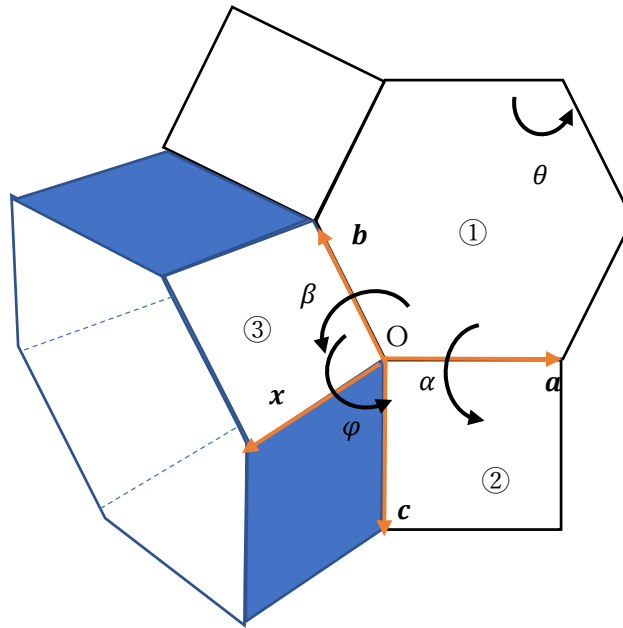


図5 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{x}$ を用いたときの座標

<証明> 図5のOを原点とし，その右側にある頂点への向きを x 軸，原点から上側への向きを y 軸，紙面の裏から表への向きを z 軸とする．ベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$$

とし， $\mathbf{b}, \mathbf{c}$ の両方に垂直な単位ベクトル $\mathbf{x}$ を

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

とする．このとき $\mathbf{x}$ は $\mathbf{b} \cdot \mathbf{x} = 0, \mathbf{c} \cdot \mathbf{x} = 0$ より

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

となる．これを解くと

$$x = z \tan \theta \tan \alpha, \quad y = -z \tan \alpha$$

z は $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$ より

$$(\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1)z^2 = 1 \quad \therefore z = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}}$$

である．したがって $\mathbf{x}$ は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} \begin{pmatrix} \tan \theta \tan \alpha \\ -\tan \alpha \\ 1 \end{pmatrix}$$

であることがわかる．ここで内積 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{x}$ を考えると

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = \frac{\tan \theta \tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} \quad (1)$$

が得られる．

<証明終>

次に，座標系を取り換えて議論するため，それぞれの座標を用いて， $\mathbf{a}$ を $\mathbf{a}'$ ， $\mathbf{b}$ を $\mathbf{b}'$ ， $\mathbf{x}$ を $\mathbf{x}'$ と書き直し，内積 $\mathbf{a}' \cdot \mathbf{x}'$ を求めることより次の命題を証明する．

命題 3-2 Reconfigurable Materials の多面体の正六角形の角を θ ，下図の面①と面②，面①と面③のなす角をそれぞれ $\angle$ ， $\angle$ とする．このとき θ, α, β の関係式は次式で表される．

$$\frac{\tan \theta \tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} = \sin \theta \cos \beta \quad \left(\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \pi \right)$$

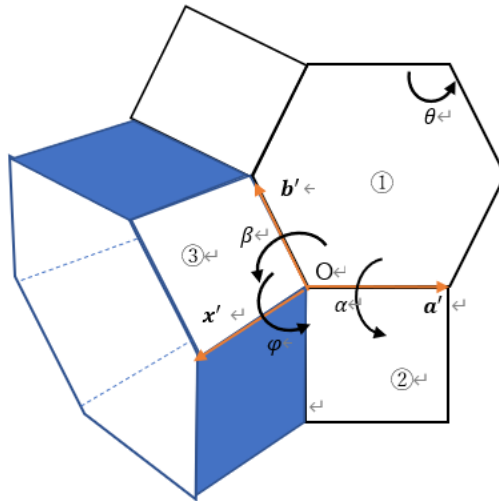


図6 $\mathbf{a}', \mathbf{b}', \mathbf{x}'$ を用いたときの座標

<証明> 図6の O を原点とし，左上方向への向きを y 軸， $\mathbf{a}'$ から反時計まわりに 30° 回転させた向きを x 軸，紙面の裏から表への向きを z 軸とする．ベクトル $\mathbf{a}', \mathbf{b}', \mathbf{x}'$ を

$$\mathbf{a}' = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \beta \\ \sin \beta \end{pmatrix}$$

と定める．内積 $\mathbf{a}' \cdot \mathbf{x}'$ は

$$\mathbf{a}' \cdot \mathbf{x}' = \sin \theta \cos \beta \quad (2)$$

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{x}$ と $\mathbf{a}' \cdot \mathbf{x}'$ の値は等しいので (1), (2) より

$$\frac{\tan \theta \tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} = \sin \theta \cos \beta \quad (3)$$

<証明終>

命題 3-2 より

$$\cos \beta = \frac{1}{\cos \theta} \frac{\tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \alpha + \cos^2 \theta}}$$

が得られる．これより角 α と β の関係式が得られた．

そして再び座標を取り直し，以下の定理を証明することで Reconfigurable Materials の多面体の自由度を求めることができる．

定理 1 下図の面①と面②，面①と面③，面②と面④のなす角をそれぞれ α, β, δ とする．このとき α, β, δ の関係式は次式で表される．

$$\frac{-\sqrt{3} \tan \alpha}{\sqrt{4 \tan^2 \alpha + 1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \beta = \cos \delta$$

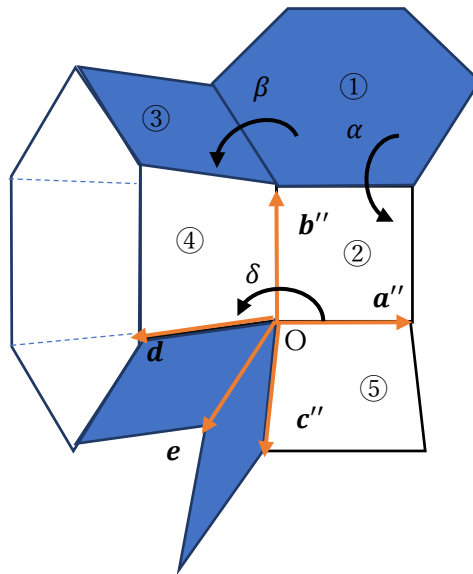


図7 $\mathbf{a}'', \mathbf{b}'', \mathbf{c}'', \mathbf{d}$ を用いたときの座標

<証明> 図7のOを原点とする．点から右側と上側の頂点への方向をそれぞれ x 軸、 y 軸，紙面の裏から表への向きを z 軸とする．ベクトル $\mathbf{a}'', \mathbf{b}'', \mathbf{d}$ を次のようにとる．

$$\mathbf{a}'' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}'' = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{pmatrix} \cos \delta \\ 0 \\ \sin \delta \end{pmatrix}$$

このとき， $\mathbf{a} // \mathbf{a}'', \mathbf{x} // \mathbf{d}$ であり4つすべて単位ベクトルであるから

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{a}'' \cdot \mathbf{d} = \cos \delta \quad (4)$$

したがって(1)，(3)，(4)より

$$\frac{\tan \theta \tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} = \sin \theta \cos \beta = \cos \delta$$

が得られる．ここで $\theta = \frac{2\pi}{3}$ であったから代入すると次式が得られる．

$$\frac{-\sqrt{3} \tan \alpha}{\sqrt{4 \tan^2 \alpha + 1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \beta = \cos \delta$$

<証明終>

Reconfigurable Materials の多面体は対称性をもっている．したがってこの定理1により α, β, δ のいずれか1つを変化させると他の変数も変化するので自由度1であることがわかる．次に以下の命題が成立することを示す．

命題3-3 図5の $\mathbf{b}$ と $\mathbf{c}$ ，図7の $\mathbf{a}''$ とに $\mathbf{e}$ について次式が成り立つ．

$$\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a}'' \cdot \mathbf{e}$$

<証明>

$$\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = \sin \theta \cos \alpha = \cos \varphi$$

次に図7の座標において $\mathbf{e}$ は連立方程式

$$\begin{pmatrix} \cos \delta & 0 & \sin \delta \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos 2\varphi \end{pmatrix}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

の2つの方程式をみたすベクトルであるからこれを解くと

$$x = \tan \delta \sqrt{\frac{1 - \cos^2 2\varphi}{1 + \tan^2 \delta}}, \quad y = \cos 2\varphi, \quad z = -\sqrt{\frac{1 - \cos^2 2\varphi}{1 + \tan^2 \delta}}$$

となる．よって $\mathbf{a}''$ と $\mathbf{e}$ の内積を考えると

$$\mathbf{a}'' \cdot \mathbf{e} = \tan \delta \sqrt{\frac{1 - \cos^2 2\varphi}{1 + \tan^2 \delta}} = \sqrt{\cos^2 \varphi} = \cos \varphi$$

よって2つの内積は等しい．

<証明終>

最後に面②と面⑤のなす角 ω が α, β の変数であること示す.

命題 3-4 面①と面②, 面①と面③のなす角をそれぞれ α, β とし, 面②と面⑤のなす角を ω とする. このとき α, β, ω の関係式は次式で表される.

$$\omega = \frac{7\pi}{2} - (\alpha + \beta) \quad \left(\frac{\pi}{2} \leq \omega \leq \frac{3\pi}{2}\right)$$

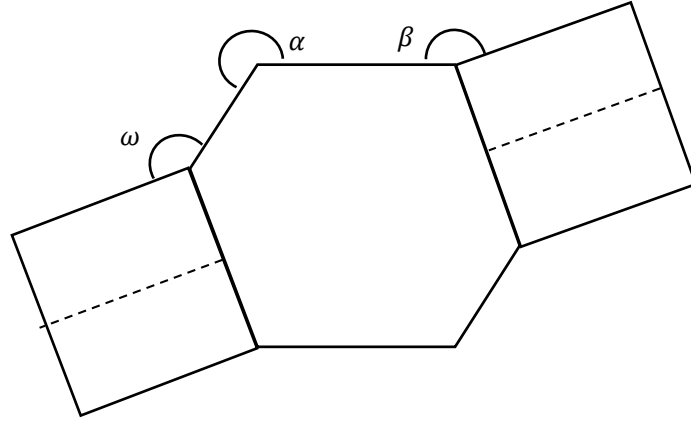


図8 Reconfigurable Materials の多面体の断面図

<証明> 図8より ω は

$$\omega = 2\pi - \left\{ 2\pi - (2\pi - \alpha) - \left(\frac{3\pi}{2} - \beta \right) \right\} = \frac{7\pi}{2} - (\alpha + \beta)$$

となるので1つの変数で表せることがわかる,

<証明終>

以上のことをまとめると以下の定理を得る.

定理 2 図7の面①と面②, 面①と面③, 面②と面④, 面②と面⑤のなす角をそれぞれ $\alpha, \beta, \delta, \omega$ とする. このとき Reconfigurable Materials の多面体の自由度は1であり, 角度は

$$\frac{-\sqrt{3} \tan \alpha}{\sqrt{4 \tan^2 \alpha + 1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \beta = \cos \delta$$

$$\omega = \frac{7\pi}{2} - (\alpha + \beta)$$

という関係式となる.

3-2 GeoGebra での再現

定理 1 の式をと変数 α を用いて GeoGebra で多面体を再現すると次のようになる。

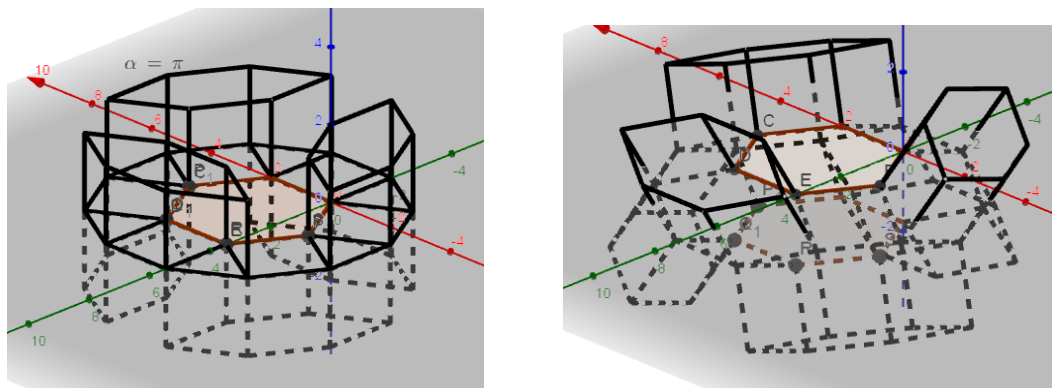


図 9 GeoGebra で再現した Reconfigurable Materials の多面体

図 9 の左図は完全に閉じたときのものであり、右側の写真は半分だけ開いたときのものである。

4. 折り畳み多面体の解析

4-1 折り畳み多面体の自由度の解析

本研究では、長方形だけで構成された形を変える多面体を製作した。これを折りたたみ多面体と呼ぶ。折り畳み多面体を解析するために 4 つの命題を立て、それを証明した。次の定理 3 はその主結果である。

<定理 3> 折り畳み多面体（図 2）の自由度は 2 である。ここで自由度とは、平行六面体の動きを制御するパラメータの個数を意味する。

立てた 4 つの命題を証明していく。

命題 4-1 形を変える平行四辺形（図 10）において内角の 1 つの角 θ を変化させると各対辺は平行に変化する。

<証明>

$\angle ACD = \theta$ とおく。

$\triangle ABD$ と $\triangle DCA$ において $\overline{AD}$ は共有、

仮定より $|\overline{AB}| = |\overline{DC}|$, $|\overline{BD}| = |\overline{CA}|$ なので

$$\triangle ABD \equiv \triangle DCA$$

従って錯角が等しいので $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. <証明終>

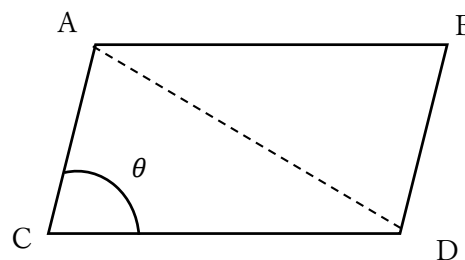


図 10 形を変える平行四辺形

命題 4-2 図 11 のような平行六面体を考える．ここで，面 ABCD と面 EFGH はそれぞれ ∂D とし，側面は全て D とする．このとき， $\theta = \angle AEF$ を変化させても，つねに $\square ABFE \equiv \square DCGH$ が成り立つ．さらに， $\angle DHG$ は θ に連動する．

<証明>

色付き部分を ∂D とする．

面 ADHE，面 BCDA，面 BCGF，面 FGHE は平行四辺形であるから

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \quad , \quad \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CG} \quad , \quad \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{GH} \quad , \quad \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{HD}$$

従って，4 組の辺の向きと長さがそれぞれ等しいので

$$\square ABFE \equiv \square DCGH$$

さらに $\square ABFE \equiv \square DCGH$ より

$$\theta = \angle DHG$$

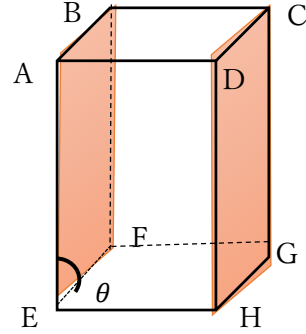


図 11 側面が ∂D の平行六面体

<証明終>

命題 4-3 図 12 のような 3 つの平行六面体が接合された多面体を考える．面 $A_1 A_2 A_3 A_4$ と面 $A_5 A_6 A_7 A_8$ ，面 $B_1 B_2 B_3 B_4$ ，面 $B_5 B_6 B_7 B_8$ ，面 $A_5 A_6 B_2 B_1$ ，面 $A_6 A_7 B_3 B_2$ ，面 $A_7 A_8 B_4 B_3$ ，面 $A_8 A_5 B_1 B_4$ は ∂D とし，側面は全て D とする．このとき， $\theta = \angle A_4 A_1 A_2$ を変化させても最上面と最下面は合同を保つ．さらに $\square A_5 A_6 A_7 A_8 // \square B_1 B_2 B_3 B_4$ である．

<証明>

3 つすべて穴あき平行六面体なので

命題 4-2 より

$$\square A_1 A_2 A_3 A_4 \equiv \square A_5 A_6 A_7 A_8$$

$$\square A_5 A_6 A_7 A_8 \equiv \square B_1 B_2 B_3 B_4$$

$$\square B_1 B_2 B_3 B_4 \equiv \square B_5 B_6 B_7 B_8$$

したがって

$$\square A_1 A_2 A_3 A_4 \equiv \square B_5 B_6 B_7 B_8$$

である．

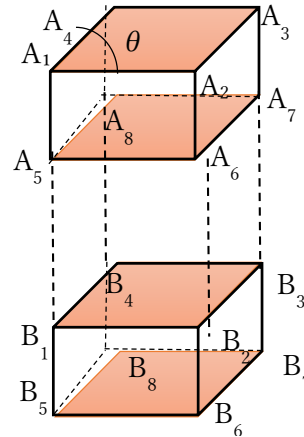


図 12 上下面が ∂D 平行六面体を接合した平行六面体

命題 4-1 より $\overrightarrow{B_1 B_2} // \overrightarrow{A_5 A_6}$, $\overrightarrow{B_2 B_3} // \overrightarrow{A_6 A_7}$

これより $\overrightarrow{B_1 B_2}$ と $\overrightarrow{B_2 B_3}$ を基底としてとったと

きに出来る平面を H_1 、 $\overrightarrow{A_5 A_6}$ と $\overrightarrow{A_6 A_7}$ を基底としてとったときに出来る平面を H_2 とすると， H_1 の法線ベクトル $\mathbf{n}_1$ と H_2 の法線ベクトル $\mathbf{n}_2$ は平行．したがって $H_1 // H_2$ であるから

$$\square A_5 A_6 A_7 A_8 // \square B_1 B_2 B_3 B_4$$

<証明終>

命題 4-4 図 13 の折り畳み多面体において $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$, $\mathbf{b}$ と $\mathbf{c}$, $\mathbf{c}$ と $\mathbf{a}$ のなす角をそれぞれ a, b, c とする. このとき, $\mathbf{c}$ は次式で表される.

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\cos c}{\cos b - \cos a \cos c} \\ \frac{\sin a}{\sqrt{1 - (\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c) + 2 \cos a \cos b \cos c}} \\ \frac{\sin a}{\sin a} \end{pmatrix}$$

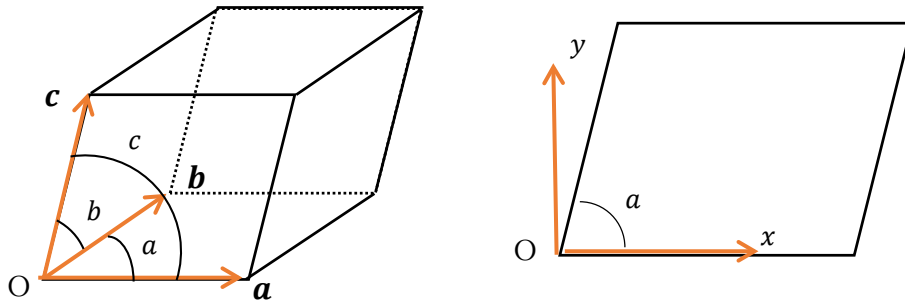


図 13 折り畳み多面体の単位ベクトルと角度および座標

<証明>

図 13 の O を原点にとる. 図 14 右図の原点から右側の頂点への向きを x 軸, x 軸に上方向に垂直な向きを y 軸, 紙面の裏から表への向きを z 軸とする. 単位ベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \cos a \\ \sin a \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

とする. このとき $\mathbf{c}$ は $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = \cos c$, $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = \cos b$ より

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cos a & \sin a & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos c \\ \cos b \end{pmatrix}$$

が得られる. この連立方程式を解くと

$$x = \cos c, \quad y = \frac{\cos b - \cos a \cos c}{\sin a}$$

である. z は $\mathbf{c}$ が単位ベクトルであることから $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$ より

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{1 - \cos^2 c - \left(\frac{\cos b - \cos a \cos c}{\sin a} \right)^2} \\ &= \frac{\sqrt{1 - (\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c) + 2 \cos a \cos b \cos c}}{\sin a} \end{aligned} \quad (5)$$

<証明終>

したがって $\mathbf{c}$ の z 成分が 3 変数関数になっているが、 $\mathbf{c}$ は $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ の関数と見ることができ
るので折り畳み多面体の自由度が 2 であることがわかる。以上の命題 4-1 から命題 4-4 を
まとめると次の定理 3 が得られる。

定理 3 折り畳み多面体の自由度は 2 である。ここで自由度とは、平行六面体の動きを
制御するパラメータを意味する。

4-2 折り畳み多面体の特徴

$\mathbf{c}$ の z 成分の特徴を考える。 $\mathbf{b}$ または $\mathbf{c}$ が 0 に限りなく近づいたときに以下の命題が成立
する。

命題 4-5 $\mathbf{c}$ において $\mathbf{b}$ を限りなく 0 に近づけると $z \rightarrow 0$ となる。このとき、 $\mathbf{b} = \mathbf{c}$ が成
立する。また $\mathbf{c}$ を限りなく 0 に近づけると $z \rightarrow 0$ となり、 $\mathbf{c} = \mathbf{a}$ が成立する。

<証明> (5)において $\mathbf{b} \rightarrow 0$ を考えると

$$\lim_{b \rightarrow 0} z = \frac{\sqrt{-(\cos a - \cos c)^2}}{\sin a}$$

となり、根号内が常に 0 以下になる。したがって実数であるためには

$$\cos a = \cos c$$

である必要がある。このとき $\mathbf{c}$ は

$$x = \cos c = \cos a$$

$$y = \frac{\cos 0 - \cos a \cos c}{\sin a} = \frac{1 - \cos^2 a}{\sin a} = \sin a$$

$$z = 0$$

よって $\mathbf{b} = 0$ のとき、ベクトル $\mathbf{c}$ はベクトル $\mathbf{b}$ と一致する。

次に $\mathbf{c} \rightarrow 0$ を考えると

$$\lim_{c \rightarrow 0} z = \frac{\sqrt{-(\cos a - \cos b)^2}}{\sin a}$$

となり、根号内が常に 0 以下になる。したがって実数であるためには

$$\cos a = \cos b$$

である必要がある。このとき $\mathbf{c}$ は

$$x = 1$$

$$y = \frac{\cos b - \cos a}{\sin a} = 0$$

$$z = \frac{\sqrt{-(\cos a - \cos b)^2}}{\sin a} = 0$$

よって $c = 0$ のとき、ベクトル $\mathbf{c}$ はベクトル $\mathbf{a}$ と一致する。

<証明終>

$b = c$ としたときに以下の命題が成立する。

命題 4-6 $b = c$ のもとで a を限りなく 0 に近づけたとき $z \rightarrow \sin b$ となる。

<証明> $b = c$ とすると(5)は

$$z = \frac{\sqrt{1 - (\cos^2 a + 2 \cos^2 b) + 2 \cos a \cos^2 b}}{\sin a}$$

となるので $a \rightarrow 0$ のとき

$$\lim_{a \rightarrow 0} z = \lim_{a \rightarrow 0} \sqrt{\frac{1 - \cos^2 a - 2 \cos^2 b(1 - \cos a)}{\sin^2 a}} = \lim_{a \rightarrow 0} \sqrt{1 - \frac{2 \cos^2 b}{1 + \cos a}} = \sin b$$

<証明終>

4-3 折り畳み多面体の GeoGebra での再現

求めたベクトルを用いて GeoGebra で折り畳み多面体を再現すると以下ようになる。

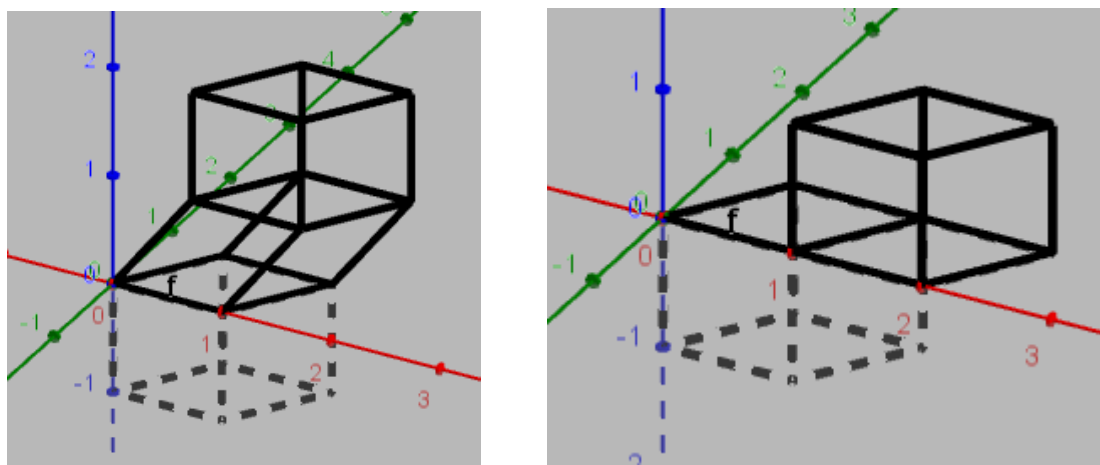


図 14 GeoGebra で再現した折り畳み多面体

図 14 は立方体の状態から変化させたときのものである。右図は 2 つの角の値そろえて 1 つの角の値を 0 にしたときの状態であり、命題 4-5, 4-6 の状態を表している。

5. 平行 $2n$ 超胞体へ拡張

5-1 平行 $2n$ 超胞体の性質

3次元空間において折り畳み多面体は、平行6面体がその形の基礎となっている。そして、命題 4-5 や命題 4-6 のような関係を持つことがわかった。さらに、6面体の数字6を $6=2 \times 3$ と考える。これを一般の n 次元空間に拡張すると、平行 $2n$ 超胞体に繋がる。これがどのような変形をするのかを調べる。

n 次元空間における独立な n 本の単位ベクトルを $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$ とし $\mathbf{a}_i$ と $\mathbf{a}_j$ ($i \neq j$)のなす角を θ_{ij} 、 $\mathbf{a}_i$ の k 成分 ($1 \leq k \leq n$) を x_{ik} とする。このとき $\mathbf{a}_i$ を $i+1$ 成分以降が0となるように定めると

$$x_{11} = 1, \quad x_{21} = \cos \theta_{12}, \quad x_{22} = \sin \theta_{12}$$

と書けるので、 $\mathbf{a}_n$ は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{n-11} & x_{n-12} & x_{n-13} & \cdots & x_{n-1n-1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n1} \\ x_{n2} \\ x_{n3} \\ \vdots \\ x_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{1n} \\ \cos \theta_{2n} \\ \cos \theta_{3n} \\ \vdots \\ \cos \theta_{(n-1)n} \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$x_{n1}^2 + x_{n2}^2 + \cdots + x_{nn}^2 = 1 \quad (7)$$

の n 個の方程式を解くことで求めることができる。この連立方程式の係数行列は n 次元の横ベクトルが $n-1$ 本で構成されている。

n 次元立方体の角度 θ_{ij} について以下の命題が成立する。

命題 5-1 $\theta_{ij} = 0$ に固定したとき $\theta_{ik} = \theta_{jk}$ ($1 \leq k \leq n, i \neq k, j \neq k$)である。

<証明> $\mathbf{a}_i$ と $\mathbf{a}_k$ 、 $\mathbf{a}_j$ と $\mathbf{a}_k$ の内積は

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_k = \cos \theta_{ik}$$

$$\mathbf{a}_j \cdot \mathbf{a}_k = \cos \theta_{jk}$$

である。 $\theta_{ij} = 0$ とすると $\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j = 1$ より $\mathbf{a}_i = \mathbf{a}_j$ となるので

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_k = \mathbf{a}_j \cdot \mathbf{a}_k$$

したがって $\theta_{ik} = \theta_{jk}$ となる。

<証明終>

この命題から $\theta_{ij} = 0$ となるとそれに応じて自由度が下がることがわかる。その変化の様子を以下の表1に示す。

表1 角度を0に固定した数と自由度の変化

$\theta_{ij} = 0$ に固定 した数 次元	0	1	2	3	4
1	0	—	—	—	—
2	1	0	—	—	—
3	3	1	0	—	—
4	6	3	1	0	—
5	10	6	3	1	0

5-2 4次元空間内の平行8超胞体の対称性

n 次元空間における独立な n 本の単位ベクトルを $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$ とし $\mathbf{a}_i$ と $\mathbf{a}_j$ ($i \neq j$) のなす角を θ_{ij} , $\mathbf{a}_i$ の k 成分 ($1 \leq k \leq n$) を x_{ik} とする. そして $\mathbf{a}_i$ を $i+1$ 成分以降が0となるように定める.

3次元空間においては, 図13の折り畳み多面体のベクトル $\mathbf{a}_3 (= \mathbf{c})$ の z 成分は 命題4-4 より

$$z = \frac{\sqrt{1 - (\cos^2 \theta_{12} + \cos^2 \theta_{23} + \cos^2 \theta_{13}) + 2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} \cos \theta_{13}}}{\sin \theta_{12}}$$

となり θ_{13} と θ_{23} の対称式であることがわかった. このことから4次元空間においても $\mathbf{a}_4$ の4つ目の成分 x_{44} は $\theta_{14}, \theta_{24}, \theta_{34}$ からなる対称式になっているのではないかという予想を立てた. (6)の連立方程式より4次元の場合は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 & 0 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{41} \\ x_{42} \\ x_{43} \\ x_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{14} \\ \cos \theta_{24} \\ \cos \theta_{34} \\ \cos \theta_{44} \end{pmatrix}$$

となる. ここで x_{41}, x_{42}, x_{43} を計算するために余因子行列から逆行列を求めると

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{x_{33} \sin \theta_{12}} \begin{pmatrix} x_{33} \sin \theta_{12} & 0 & 0 \\ -x_{33} \cos \theta_{12} & x_{33} & 0 \\ x_{32} \cos \theta_{12} - x_{31} \sin \theta_{12} & -x_{32} & \sin \theta_{12} \end{pmatrix}$$

したがって x_{41}, x_{42}, x_{43} は両辺に左から逆行列をかけると

$$\begin{pmatrix} x_{41} \\ x_{42} \\ x_{43} \end{pmatrix} = \frac{1}{x_{33} \sin \theta_{12}} \begin{pmatrix} x_{33} \sin \theta_{12} & 0 & 0 \\ -x_{33} \cos \theta_{12} & x_{33} & 0 \\ x_{32} \cos \theta_{12} - x_{31} \sin \theta_{12} & -x_{32} & \sin \theta_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_{14} \\ \cos \theta_{24} \\ \cos \theta_{34} \end{pmatrix}$$

$$= \left(\frac{\begin{array}{c} \cos \theta_{14} \\ -\cos \theta_{12} \cos \theta_{14} + \cos \theta_{24} \\ \sin \theta_{12} \end{array}}{(x_{32} \cos \theta_{12} - x_{31} \sin \theta_{12}) \cos \theta_{14} - x_{32} \cos \theta_{24} + \sin \theta_{12} \cos \theta_{34}} \right) \frac{\sin \theta_{12}}{x_{33} \sin \theta_{12}}$$

であることがわかる．これと (7) から x_{44} を求めることもできるが複雑な式になるので基本対称式の有無を調べることで対称式であるか判別する．しかし実際には基本対称式の 3 次以上の項は 2 乗ではできないので 2 次以下の項をしらべればよい．この考えをもとに x_{44} の対称性を調べると以下の結果が得られる．

命題 5-1 4 次元空間において線だけで構成された 4 次元立方体の $\mathbf{a}_4$ の x_{44} 成分は $\theta_{14}, \theta_{24}, \theta_{34}$ の対称式ではない．

<証明>

$$x_{44}^2 = 1 - (x_{41}^2 + x_{42}^2 + x_{43}^2)$$

を考える． $x_{41}^2, x_{42}^2, x_{43}^2$ は

$$\begin{aligned} x_{41}^2 &= \left(\frac{x_{33} \sin \theta_{12} \cos \theta_{14}}{x_{33} \sin \theta_{12}} \right)^2 \\ x_{42}^2 &= \frac{x_{33}^2 \sin^2 \theta_{12} (\cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{14} + \cos^2 \theta_{24} - 2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{14} \cos \theta_{24})}{x_{33}^2 \sin^2 \theta_{12}} \\ x_{43}^2 &= \frac{(x_{32} \cos \theta_{12} - x_{31} \sin \theta_{12})^2 \cos^2 \theta_{14} + x_{32}^2 \cos^2 \theta_{24} + \sin^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{34}}{x_{33}^2 \sin^2 \theta_{12}} \\ &\quad + \frac{2(x_{32} \cos \theta_{12} - x_{31} \sin \theta_{12})x_{32} \cos \theta_{14} \cos \theta_{24} - 2x_{32} \sin \theta_{12} \cos \theta_{24} \cos \theta_{34}}{x_{33}^2 \sin^2 \theta_{12}} \\ &\quad + \frac{2(x_{32} \cos \theta_{12} - x_{31} \sin \theta_{12})\sin \theta_{12} \cos \theta_{14} \cos \theta_{34}}{x_{33}^2 \sin^2 \theta_{12}} \end{aligned}$$

分子の部分に着目すると 1 次の項で $\cos^2 \theta_{14}, \cos^2 \theta_{24}, \cos^2 \theta_{34}$ の係数はそれぞれ

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta_{14} &: x_{33}^2 \sin^2 \theta_{12} + x_{33}^2 \sin^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{12} + (x_{32} \cos \theta_{12} - x_{31} \sin \theta_{12})^2 \\ \cos^2 \theta_{24} &: x_{33}^2 \sin^2 \theta_{12} + x_{32}^2 \\ \cos^2 \theta_{34} &: \sin^2 \theta_{12} \end{aligned}$$

x_{33}^2 となるが $\cos^2 \theta_{34}$ の係数は $\sin^2 \theta_{12}$ となるので 1 次での基本対称式を持たない．したがって x_{44} は $\theta_{14}, \theta_{24}, \theta_{34}$ の対称式ではない．

<証明終>

この x_{44} が $\theta_{14}, \theta_{24}, \theta_{34}$ の対称式の対称式ではなかったことから n 次元空間において x_{nn} で $\theta_{1n}, \theta_{2n}, \dots, \theta_{(n-1)n}$ の対称式になっているのは x_{33} のみであると考えられる．

6. 考えられる研究

1. 本研究では対称性を持つ物体の解析のみを扱っていたため、対称性を持たない物体への変形へ拡張することが考えられる。
2. ベクトル解析を用いて物体 1 つずつ式を導き出すことで自由度を解析したので一般的に素早く自由度を解析できる方法の研究が考えられる。これは 3 次元でのグループの式が定義することが出来れば自由度や当初の目的であった物体が変形可能も解析可能になるのではないかと考えられる。
3. 4 次元立方体の 1 つの角度が 0 になったときにどのようなになるのかは研究できたが詳しい動きは調べられなかったので、どのように変形するのかの解析が考えられる。

7. 参考文献

- [1] リンク機構と自由度
https://pub.nikkan.co.jp/uploads/book/pdf_file50dcfbe9ed5c7.pdf (参照 2023-01-19)
- [2] Reconfigurable Materials : https://m.youtube.com/watch?v=7A_jPky3jRY
(参照 2023-01-19)

8. 付録

GeoGebra の公式サイトから GeoGebra 5 をインストールする。アプリを開いて表示から空間図形を選択する。

作図は 2 点を通る直線の下三角の部分から 2 点を通る線文を選択する。点は始点終点の順に定める事ができ、始点を接続したい点と重なるようにきめ、終点は他の点と重ならないように決める。次に終点を右クリックしオブジェクトのプロパティを選択する。そうすると定義の部分の終点の座標が現れるので関数を入力する。関数入力の際、根号は $\text{sqrt}()$ 、三角関数は $\sin()$ 、 $\cos()$ と入力すると作成することができる。変数は a などと入力すると作成できオブジェクトのプロパティの区間から変域を定めるのができる。作成例をいかに示す。

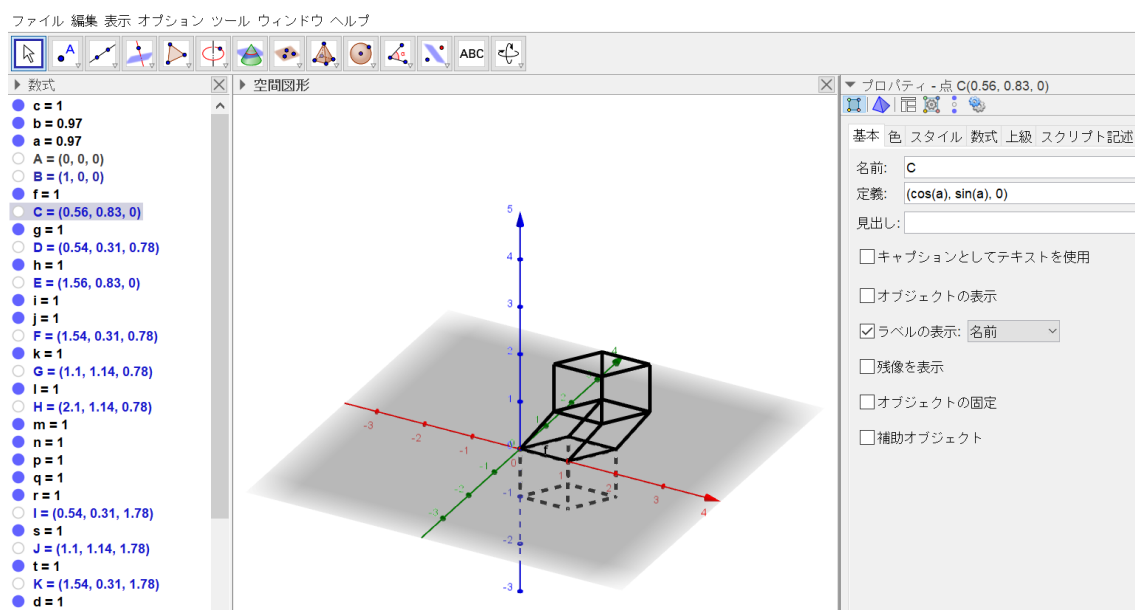


図 15 GeoGebra の使用例

変域の最大や最小の点で発散するときは僅かにずらすと発散しなくなる。また右クリックからアニメーションオンを選択するとその変数を自動で動かすことができる。手動で動かしたい場合は変数を選択して矢印キーを押すと動かすことができる。複数の変数を同時に動かしたいときは Shift と Ctrl を押しながら選択すると同時に動かすことができる。点の表示を非表示にしたいときは数式からその点の青丸をクリックすると非表示にすることができる。

卒業研究

連成振り子の規則性の研究

先進科学系

白神直杜

指導教員 松田修

令和5年 2月 22日

概要

本研究では連成振り子の動きの数理モデルを作るためにシミュレーションを使って振り子の動きを再現していくことが目的である。再現に取り組んだ振り子はペンデュラムウェーブと張った糸に振り子を吊るしたものである。実際にこれらを観察できる装置を作成してデータを取り、シミュレーションと比較しながら、動きの再現ができるように調整していく。

Study of the Regularity of the Pendulum SHIRAGA NAOTO

Abstract

The objective of this research is to reproduce the motion of a pendulum using simulation in order to create an easy-to-understand mathematical model of the pendulum's motion. The pendulum we tried to reproduce was a pendulum wave and a pendulum suspended from a stretched string. We created a device that could actually observe them, took data, and compared it with the simulation.

目次

1. 目的・背景	1
2. 研究計画（1）	1
3. ペンデュラムウェーブ	2
4. 研究計画（2）	5
5. 装置の作成	5
6. 実験（振り子 2 個）	6
6-1. 結果	7
6-2. シミュレーション	7
7. 実験（振り子 3 個）	8
7-1. 結果	9
7-2. シミュレーション	12
8. まとめ	13
参考文献	14
付録	15
プログラム 1	15
プログラム 2	17
プログラム 3	22

1 目的・背景

本研究では振り子を取り扱っていくことになるので、まずは振り子について説明する。振り子とは、ある固定された点から吊るされた物体が重力の作用によって揺れを繰り返す物体のことである。これを運動方程式で表すと次のようになる。

θ が小さい場合

$$mL \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \sin \theta$$

ここで、

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

と置くと、上の微分方程式から

$$L = \frac{T^2}{(2\pi)^2} g$$

が得られる。これを図に表したものが次の図 1 である。

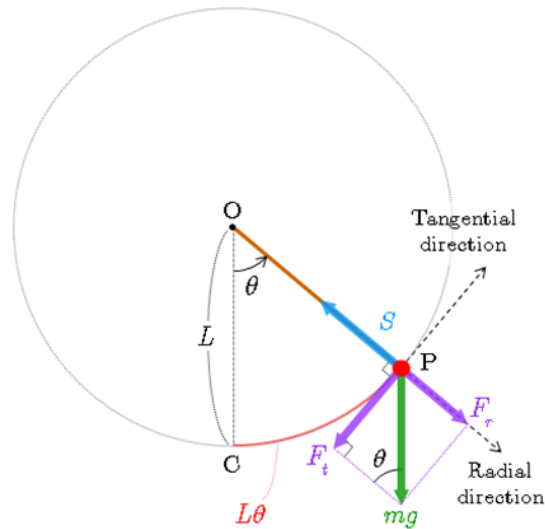


図 1 単振り子のモデル

この運動方程式は単振り子のものであり非常に単純な動きをする。しかし振り子の条件を変えることで、その動きを大きく変化させることができる。例えば、二重振り子や三重振り子のような振り子の先に振り子を連結させたものであれば予測ができない不規則な動きになり、糸を Y 字型にした振り子であれば規則的な模様を描くようになる。

本研究では振り子の様々な動きを再現した数理モデルを作ることが目的としている。具体的には糸の長さや形、振り子の数や間隔、支点の数や素材など、様々な部分の条件を変更していき、得られた振り子の動きからパターンを見つけて数値化し、その再現を試みたシミュレーションと比較しながら調整を繰り返し、最終的に振り子の動きを再現することが目的である。

2 研究計画 (1)

振り子の研究を行うにあたって最初に取り組むものを考える。例に挙げたような二重、三重振り子のほかに、糸を Y 字型にしたりばねに変えたりするなど様々な方法があるが、まずは単振り子を使ったペンデュラムウェーブの観察に

取り組んだ。ペンデュラムウェーブというのは振り子の波という意味で、これは周期の違う振り子を並べて同時に動かすことで見られる波のような現象のことである。これが最も単純で研究の第一段階として基礎になると考えた。

3 ペンデュラムウェーブ

ペンデュラムウェーブを観察するための装置を作成する。振り子を直線上に12個並べて吊るし、それぞれ振り子につまみが付いており長さを自由に調節できるようにになっている。糸の長さが順に長くなるように調整したものが次の図2の装置である。



図2 ペンデュラムウェーブ装置

次にペンデュラムウェーブが見られる振り子の長さを計算していく。60秒間に60回振れる振り子の糸の長さを L_1 とすると、 $T = \frac{60}{60} = 1$ より運動方程式から

$$L_1 = \frac{1^2}{(2\pi)^2} g \sim 0.248237003212201 \text{ m}$$

となる。これを基準に、60秒間に n 回振れる振り子（ $1 \leq n \leq 60$ ）の糸の長さ L_n は、 $T = \frac{n}{60}$ より

$$L_n = \frac{\left(\frac{n}{60}\right)^2}{(2\pi)^2} g$$

となる。このようにして得られた12本の振り子のデータとそのグラフは、以下である。

表1 波が見られる振り子の長さ

	n	L_n (cm)
1	60	24.8237003212201
2	59	25.672312886065
3	58	26.5651965387611
4	57	27.5054851204655
5	56	28.4965947565027
6	55	29.542254927733
7	54	30.6465436064446
8	53	31.8139270759674
9	52	33.0493051613877
10	51	34.3580627283323
11	50	35.7461284625569
12	49	37.2200421309423

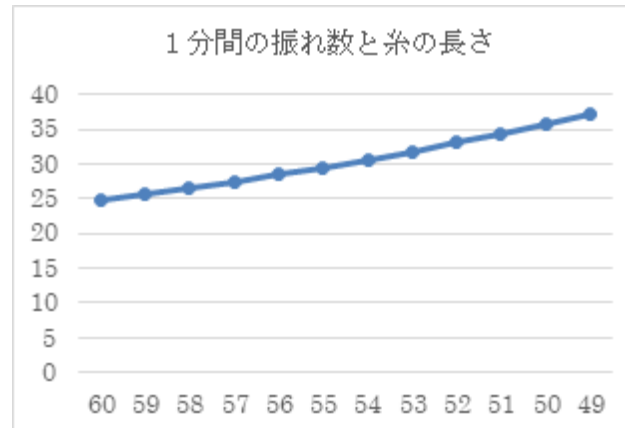


図3 振り子の振れ数と長さ

この表から1分に60回振れる振り子は約24.8cm、59回振れる振り子なら約25.7cmと、振り子の長さが少しずつ長くなっていくことがわかる。このデータをもとに松田先生の協力の下シミュレーションを作成していく。次の図4は振り子のシミュレーション画面である。

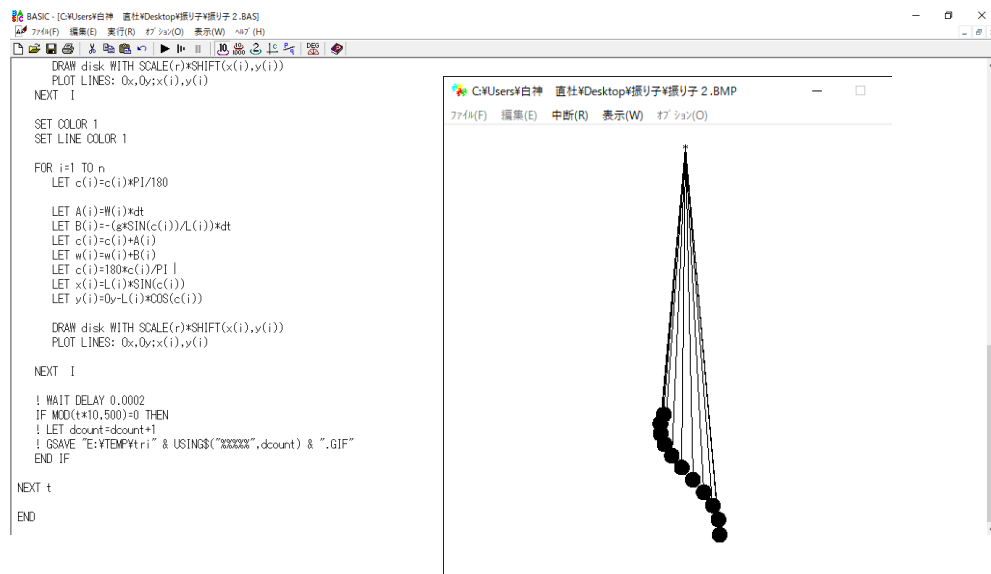


図4 ペンデュラムウェーブのシミュレーション画面

シミュレーションから得られた 12 本の振り子の画像データを次の図 5 に示す。このシミュレーションの動きは実際に作成したペンデュラムウェーブ装置でも同様の動きが確認できた。

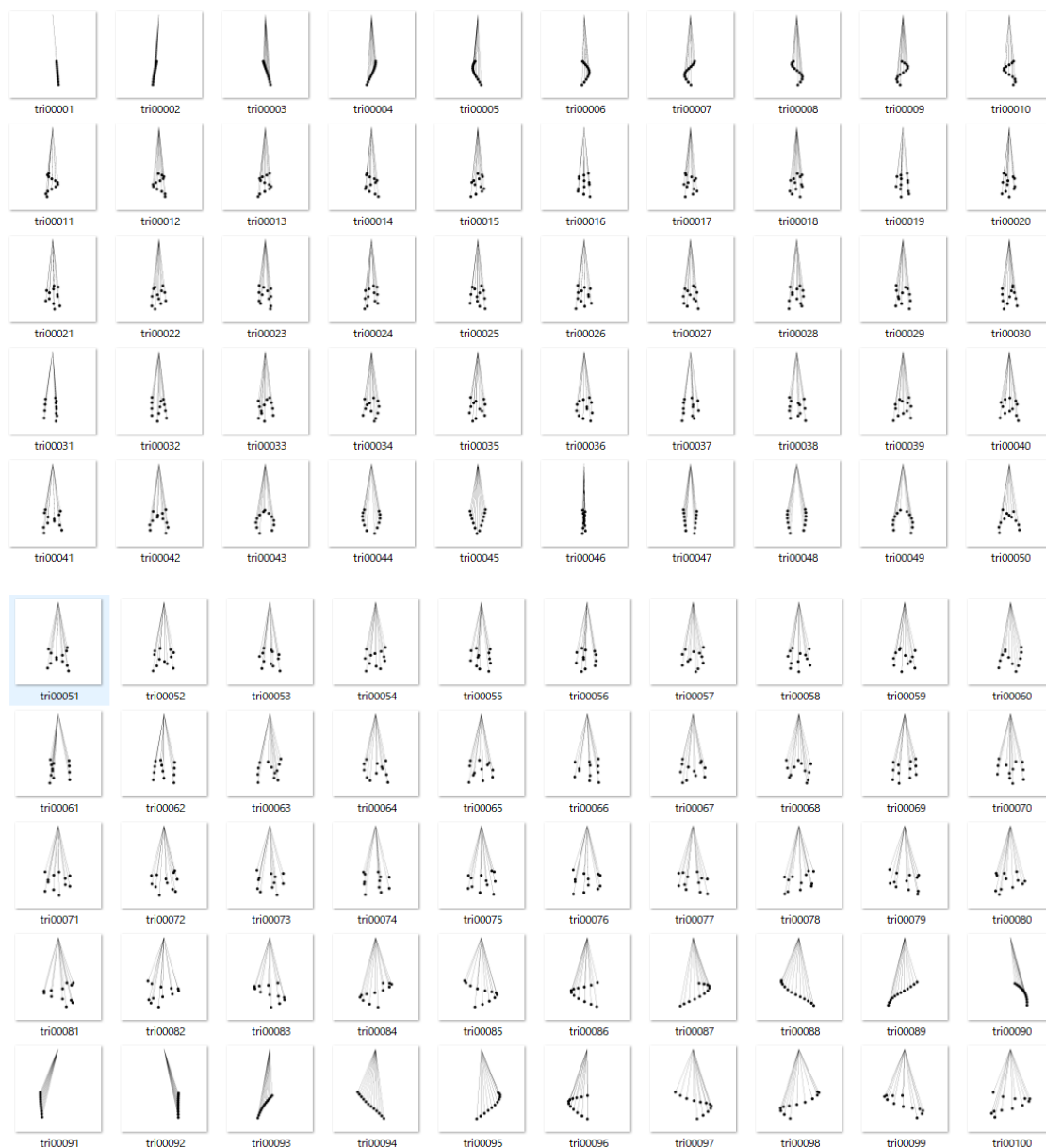


図 5 12 本の振り子のシミュレーション画像

4 研究計画 (2)

研究の第一段階としてペンデュラムウェーブ装置を作成し観察した。単振り子の持つ規則的な周期を用いることで見られる波を観察したことで振り子の周期について興味を持ったので、次は周期が不規則に変化する振り子を観察することにした。振り子の周期を変化させる方法は糸の長さを変えることだが、これはペンデュラムウェーブで観察することができたので他の方法を考える必要がある。糸の長さを変えても振り子が規則的に振れるのは、おもりとは反対側の一端が固定されているからなので、この部分を張った糸に変更することにした。張った糸に振り子を吊るしていくが、振り子が一個では不規則な周期の変化は見られない考え、一本の糸に振り子を二個、三個と等間隔に並べて吊るすことでそれぞれの振り子が糸を通じて与え合う影響を見ていくことにする。

5 装置の作成

ペンデュラムウェーブの時と同様にまずは図 5 のような装置の作成に取り組んだ。木の棒を組み合わせて箱を作り、その上面の中央に糸を張る。この糸は横に付いたつまみを回すことで張力を調節できるようになっている。



図 5 糸に振り子を吊るした装置

張った糸の張力をつまみを回すことで調節できるようになっているが、この時の張力の測り方は、ぴんと張った糸に 75g のおもりを吊るした時に何cmたるんだかを測定して決めていく。たるみの最大値は 8cm だった。その様子を図 6 に示す。



図 6 糸を強く張った場合（左）と弱く張った場合（右）

6 実験（振り子 2 個）

この張った糸には同じ長さの振り子を二個等間隔に吊るし、片方の振り子だけを振った時の全体の動きを張力を変えながら見ていく。最初に動かす方の振り子を A、動かさない方の振り子を B として考える。図 7 に振り子を二個取り付けたものを示す。図 7 の左の振り子を A、右の振り子を B とした。



図 7 振り子を二個吊るした装置

6-1 結果

この二個の振り子の動きを観察したところ、次のような動きが見られた。最初に動かした振り子 A は少しずつ振れ幅が小さくなっていきほぼ静止、その後少しずつ振れ幅が大きくなっていき、またゆっくりと静止した後に動きはじめるといった動きを繰り返していた。振り子 B はその逆で、A の勢いが落ちていくほど、静止していた振り子 B は段々と勢いが強くなっていき、A の勢いが強くなっていくほど B は勢いが消えていき静止するような動きを見せた。

その振り子 A と振り子 B がそれぞれ静止する時間をたるみ毎に測定してまとめたものが次の表 2 である。この結果を見るとたるみが大きくなるほど、つまり張力が弱くなるほどそれぞれの振り子の動きが止まるまでの時間が短くなっていくことが分かる。また、次に振り子が止まるまでの時間が一定であることから A と B の動きが入れ替わっているように見える。たるみが 5cm よりも小さくなると振り子は止まることなく触れ続けた。

表 2 たるみ毎の振り子が止まる時間

たるみ	8cm	7.5cm	7cm	6.5cm	6cm	5.5cm	5cm
A が止まる/s	15	15	17	21	27	33	39
B が止まる/s	29	31	35	41	55	65	75
再び A が止まる/s	43	46	53	61	80	96	111
再び B が止まる/s	57	61	70	81	108	127	149

6-2 シミュレーション

シミュレーションでは次の運動方程式を使って計算していく。

$$m \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} = -\frac{mg \sin \theta_1}{L} - k(2\theta_1 - \theta_2)$$

$$m \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} = -\frac{mg \sin \theta_2}{L} - k(2\theta_2 - \theta_1)$$

この二個の振り子のシミュレーション画面を図 8 に示す。シミュレーションから得られたデータは、振り子の振れ幅をプラスとマイナスで測定したものでこれをグラフに表したものを図 9 に示す。グラフでは時間が経つほど振り子の振れ幅が大きくなっているが、これはプログラムの誤差なので気にしないものとする。

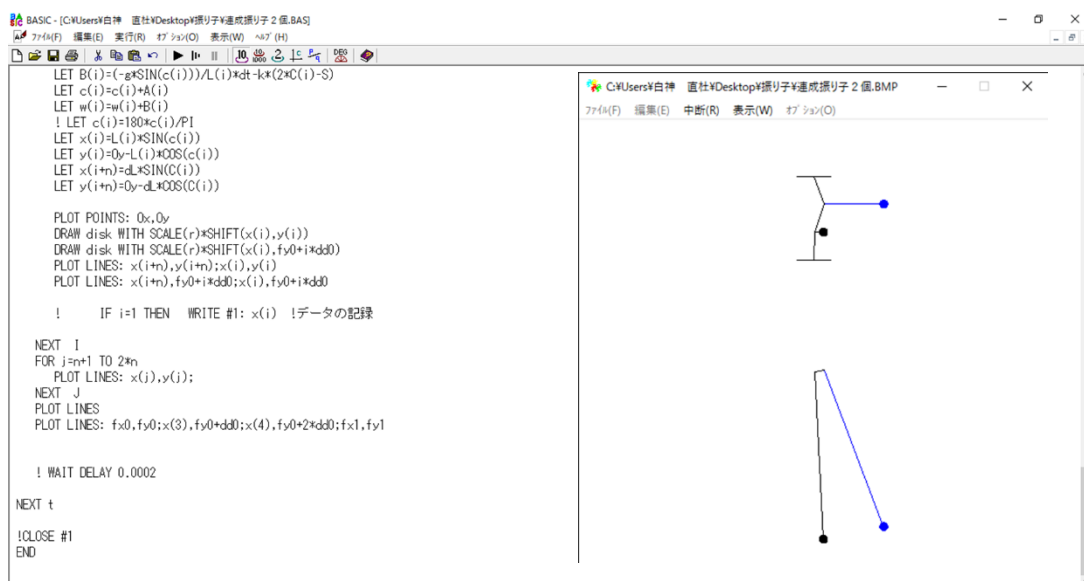


図8 二個の振り子のシミュレーション画面

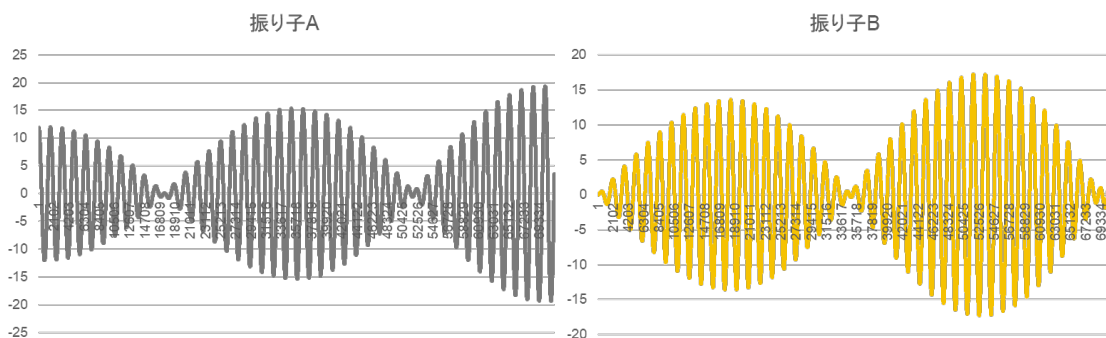


図9 データから得られた振り子A、Bのグラフ

このグラフから振り子Aが大きく振れている時、振り子Bの動きは小さいことが分かる。これは実際に観察した装置や計測した時間と比べてみても同様の動きが見られた。このように張った糸に振り子を2個吊るした状態からは規則性が見られた。

7 実験（振り子3個）

振り子が二個の場合での規則性が見つかったので次は振り子を三個に変更していく。方法としては二個の時と同様に三個の振り子を等間隔に吊るし、端の振り子をA、真ん中をB、反対側をCの振り子として、Aだけ動かしたときの

全体の動きを見ていく。図 10 に振り子を三個取り付けたものを示す。図 10 の左の振り子から A、B、C とした。



図 10 振り子を三個吊るした装置

7-1 結果

これも同様に振り子が止まった時間を計測した。振り子を三個にして観察したところ、勢いが落ちていき動きが止まる時と小さな振れ幅で動き続ける時があり、規則性があるような動きには見えなかった。そのため 5 分を目安に計測した。次の表 3 にはそれぞれの振り子をたるみごとに分けて、動きが止まった時間をまとめたものを示す。

表 3 たるみ毎の振り子が止まる時間

たるみ	8cm	7.5cm	7cm	6.5cm	6cm	5.5cm	5cm
A が止まる/s	81	115	102	83	132	162	136
	104	160	130	114	168	207	185
	169	184	160	146	205	248	235
	191	219	187	176	241	294	287
	214	235	217	210	277		338
	235	257	244	239	315		
	258	283	272	273			
	280		300	302			

たるみ	8cm	7.5cm	7cm	6.5cm	6cm	5.5cm	5cm
B が止まる/s	21	26	30	34	37	49	56
	81	150	203	64	72	93	106
	102	173	231	165			
	120		256	194			
	138		280	223			
	157			254			
	195						
	215						
	254						
	272						
	290						

たるみ	8cm	7.5cm	7cm	6.5cm	6cm	5.5cm	5cm
C が止まる/s	26	28	33	36	40	43	44
	50	53	60	68	77	140	111
	90	76	89	130	115	186	160
	113	100	118	163	150	230	211
	138	120	145	193	187	274	261
	158	148	170	226	224	315	310
	180	172	200	256	258		
	204	197	230	288	295		
	223	223	258	318			
	243	245	287				
	267	269					
	290	293					
	312						

振り子 A と C は 2 分後ほどから一定の間隔で静止しているのが分かるようになったが、振り子 B に関しては常に振り続けており、左右の振り子の影響を大きく受けていたと考えられる。振り子 A と C の時間を見てみると、これも動きが入れ替わるような結果になっている。張力はやはり弱くなるほど振り子の止まる間隔が短くなっていくことが分かった。

静止する時間だけを見たとき、振り子 B の動きについて分かることが少な

ったので、次はそれぞれの振り子の振れ幅を測定することで規則性を探すことにした。測定するときの張力は 6.5 cm、時間は 3 分で 5 秒ごとの振り子の高さを 2 回ずつまとめた。これをグラフにしたものが次の図 11 である。

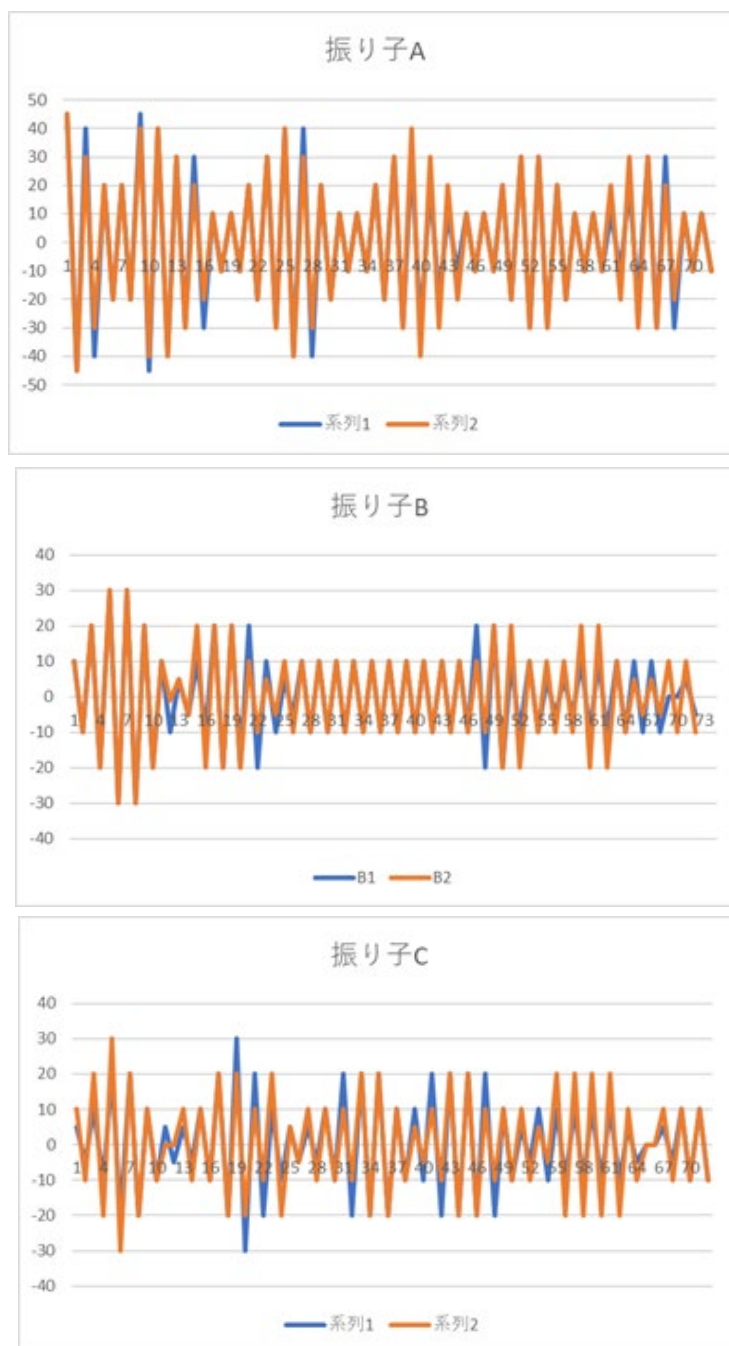


図 11 それぞれの振り子の振れ幅

7-2 シミュレーション

シミュレーションでは次の運動方程式を使って計算していく。

$$m \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} = -\frac{mg \sin \theta_1}{L} - k \left\{ 2\theta_1 - \left(\frac{1}{3}\theta_2 + \frac{2}{3}\theta_3 \right) \right\}$$

$$m \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} = -\frac{mg \sin \theta_2}{L} - k \left\{ 2\theta_2 - \left(\frac{1}{2}\theta_1 + \frac{1}{2}\theta_3 \right) \right\}$$

$$m \frac{d^2 \theta_3}{dt^2} = -\frac{mg \sin \theta_3}{L} - k \left\{ 2\theta_3 - \left(\frac{1}{3}\theta_2 + \frac{2}{3}\theta_1 \right) \right\}$$

この三個の振り子のシミュレーション画面を図 12 に示す。またシミュレーションから得られたデータは振り子の振り幅をプラスとマイナスで測定したもので、これをグラフに表したものを図 13 に示す。

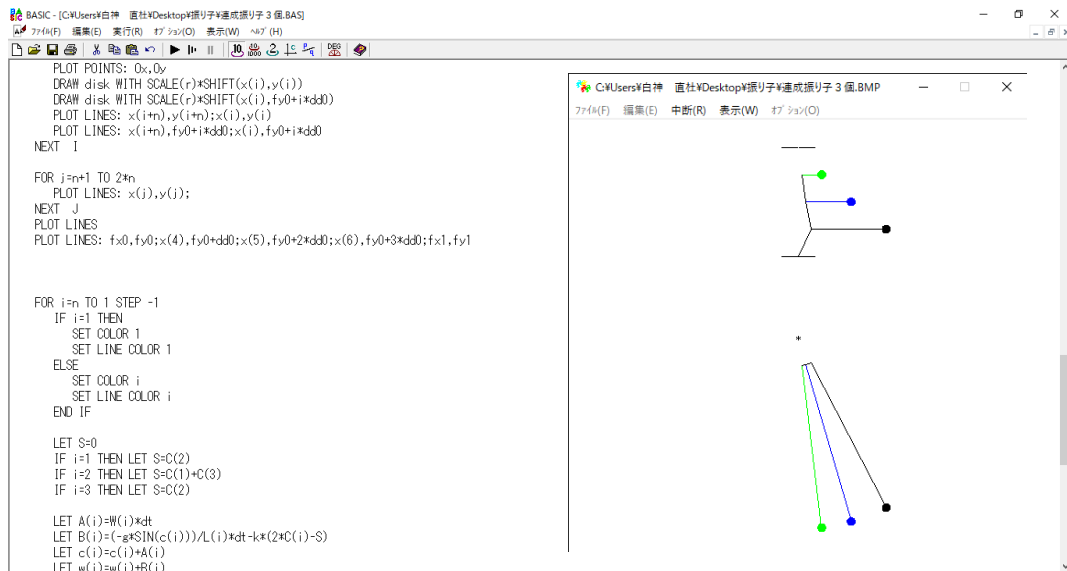


図 12 三個の振り子のシミュレーション画面

実際に計測した図 11 を見てみると時間を計測した時と同じように最初は不安定だが中央より先からは安定していて、振り子 A と振り子 C は交互に振れて、振り子 B はほぼ同じ位置で振れ続けているように見える。次に図 13 を見てみると、こちらも同様に振り子 A、B は入れ替わり、振り子 B は振れ続けている。このことから中央の振り子は左右の振り子の影響を受けることで動き続けていると考えられる。実際に計測したグラフの中央部分と比べてみて、シミュレーションによって得られたグラフを似たような形に作れたため、これにも規則性があったといえる。

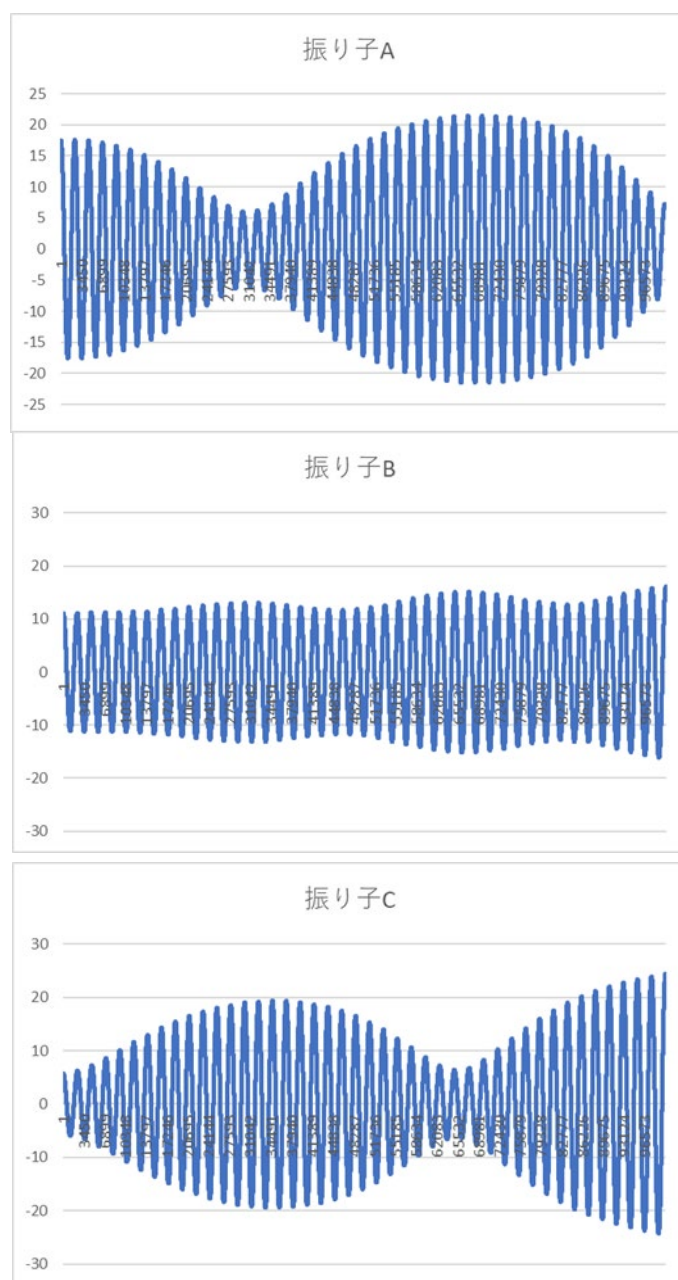


図 13 データから得られた振り子 A、B、C のグラフ

8 まとめ

本研究では連成振り子の動きの数値モデルを作るため、シミュレーションを使って振り子の動きを再現することが目的であった。最初に取り組んだペンデュラムウェーブや張った糸を使った連成振り子の動きなど、実際に計測したデータと比較しつつ、シミュレーションによってこれらの動きを再現したモデル

を作成することができた。そのため連成振り子から規則性を確認することができた。シミュレーションで用いた運動方程式については動きを再現するためのものだったので、実際には違う動きをする可能性があり、さらなる解析が必要だと感じた。を今回取り組んだ振り子以外にも作りたい振り子の案は多く存在していたので、もし同じ取り組みを行う者がいるなら託したいと考える。

参考文献

Wikipedia 振り子

<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E6%8C%AF%E3%82%8A%E5%AD%90>

(参照 2023-01-17).

Wikipedia 二重振り子

<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E4%BA%8C%E9%87%8D%E6%8C%AF%E3%82%8A%E5%AD%90>

(参照 2023-01-17).

Science Café ペンデュラムウェーブの糸の長さの求め方

<https://sciencecafe-mc2.com/blog/pendulumwave/>

(参照 2023-01-17).

付録

プログラム 1 (ペンデュラムウェーブ)

計算した 12 本の糸の長さを入力して、周期の違う 12 本の振り子を同時に動かしている。

WAIT DELAY 1

DIM A(20), B(20), C(20), W(20), L(20), X(20), Y(20)

LET n=12 ! 振り子の数

! ひもの長さ

LET L(1)=37.2200421309423

LET L(2)=35.7461284625569

LET L(3)=34.3580627283323

LET L(4)=33.0493051613877

LET L(5)=31.8139270759674

LET L(6)=30.6465436064446

LET L(7)=29.542254927733

LET L(8)=28.4965947565027

LET L(9)=27.5054851204655

LET L(10)=26.5651965387611

LET L(11)=25.672312886065

LET L(12)=24.8237003212201

LET Oc=5 ! 初期角度

LET tm=5000 ! 振り子の時間

! LET dt=0.04 ! 振り子の速さ

LET dt=0.1 ! 振り子の速さ

LET r=0.7 ! 振り子の球の半径

LET g=9.8 ! 重力加速度

OPTION ANGLE DEGREES

SET WINDOW -23,23,-1,45

! DRAW grid

LET Ox=0

LET Oy=43

```

FOR i=1 TO n
  LET C(i)=Oc
  LET x(i)=L(i)*SIN(Oc)
  LET y(i)=Oy-L(i)*COS(Oc)
  PLOT POINTS: Ox,Oy
  DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),y(i))
  PLOT LINES: Ox,Oy;x(i),y(i)
NEXT I

WAIT DELAY 1

FOR t=0 TO tm STEP dt
  SET COLOR 0
  SET LINE COLOR 0
  FOR i=1 TO n
    DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),y(i))
    PLOT LINES: Ox,Oy;x(i),y(i)
  NEXT I

  SET COLOR 1
  SET LINE COLOR 1

  FOR i=1 TO n
    LET c(i)=c(i)*PI/180

    LET A(i)=W(i)*dt
    LET B(i)=-(g*SIN(c(i))/L(i))*dt
    LET c(i)=c(i)+A(i)
    LET w(i)=w(i)+B(i)
    LET c(i)=180*c(i)/PI
    LET x(i)=L(i)*SIN(c(i))
    LET y(i)=Oy-L(i)*COS(c(i))

    DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),y(i))
    PLOT LINES: Ox,Oy;x(i),y(i)

  NEXT I

```

```

! WAIT DELAY 0.0002
IF MOD(t*10,500)=0 THEN
    LET dcount=dcount+1
    GSAVE "E:¥TEMP¥tri" & USING$("%%%%%%%%",dcount) & ".GIF"
END IF
NEXT t
END

```

プログラム 2 (振り子 2 個の場合)

支点の糸の動きは難しいので、隣の振り子から大きく影響を受けて動きが変わるようにプログラムされている。

```

OPTION ANGLE RADIANS

```

```

!OPEN #1:NAME "E:¥10BASICプログラム¥振り子¥temp¥DATA.CSV", RECTYPE
INTERNAL
!ERASE #1

```

```

WAIT DELAY 1
DIM A(20), B(20), C(20), W(20), L(20),X(20),Y(20)

```

```

!----- 初期設定 -----

```

```

LET n=2 ! 振り子の数

```

```

! ひもの長さ
LET dL=5
LET L(1)=35
LET L(2)=L(1)

```

```

LET Oc=20*PI/180 ! 初期角度
LET tm=500 ! 振り子の時間
LET dt=0.007 ! 振り子の速さ
LET r=0.7 ! 振り子の球の半径

```

```

LET g=9.8 ! 重力加速度

```

```

LET k=0.0001 ! 横糸のばね定数

```

!----- 初期設定 -----

SET WINDOW -42,42,-14,70

! DRAW grid

LET Ox1=0

LET Oy1=30

LET dd=15

LET dd0=5 !間隔

LET fx0=Ox1

LET fy0=Oy1+dd

LET fx1=Ox1

LET fy1=fy0+3*dd0

LET Ox=Ox1

LET Oy=Oy1

LET C(1)=Oc

LET C(2)=ATN(dd0/(2*dd0)*SIN(Oc))

LET C(2)=0

FOR i=n TO 1 STEP -1

IF i=1 THEN

SET COLOR 1

SET LINE COLOR 1

ELSE

SET COLOR i

SET LINE COLOR i

END IF

LET x(i)=L(i)*SIN(C(i))

LET y(i)=Oy-L(i)*COS(C(i))

LET x(i+n)=dL*SIN(C(i))

LET y(i+n)=Oy-dL*COS(C(i))

PLOT POINTS: Ox,Oy

DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),y(i))

DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),fy0+i*dd0)

PLOT LINES: x(i+n),y(i+n);x(i),y(i)

```

    PLOT LINES: x(i+n),fy0+i*dd0;x(i),fy0+i*dd0
NEXT I

FOR j=n+1 TO 2*n
    PLOT LINES: x(j),y(j);
NEXT J
PLOT LINES
PLOT LINES: fx0,fy0;x(3),fy0+dd0;x(4),fy0+2*dd0;fx1,fy1

PLOT LINES: fx0-3,fy0;fx0+3,fy0
PLOT LINES: fx1-3,fy1;fx1+3,fy1

```

```

WAIT DELAY 1

```

```

FOR t=0 TO tm STEP dt
    SET COLOR 0
    SET LINE COLOR 0

```

```

FOR i=1 TO n
    PLOT POINTS: Ox,Oy
    DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),y(i))
    DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),fy0+i*dd0)
    PLOT LINES: x(i+n),y(i+n);x(i),y(i)
    PLOT LINES: x(i+n),fy0+i*dd0;x(i),fy0+i*dd0
NEXT I

```

```

FOR j=n+1 TO 2*n
    PLOT LINES: x(j),y(j);
NEXT J
PLOT LINES
PLOT LINES: fx0,fy0;x(3),fy0+dd0;x(4),fy0+2*dd0;fx1,fy1

```

```

FOR i=n TO 1 STEP -1
    IF i=1 THEN

```

```

    SET COLOR 1
    SET LINE COLOR 1
ELSE
    SET COLOR i
    SET LINE COLOR i
END IF

LET S=0
IF i=1 THEN LET S=C(2)
IF i=2 THEN LET S=C(1)+C(3)
IF i=3 THEN LET S=C(2)

LET A(i)=W(i)*dt
LET B(i)=(-g*SIN(c(i)))/L(i)*dt-k*(2*C(i)-S)
LET c(i)=c(i)+A(i)
LET w(i)=w(i)+B(i)
! LET c(i)=180*c(i)/PI
LET x(i)=L(i)*SIN(c(i))
LET y(i)=Oy-L(i)*COS(c(i))
LET x(i+n)=dL*SIN(C(i))
LET y(i+n)=Oy-dL*COS(C(i))

PLOT POINTS: Ox,Oy
DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),y(i))
DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),fy0+i*dd0)
PLOT LINES: x(i+n),y(i+n);x(i),y(i)
PLOT LINES: x(i+n),fy0+i*dd0;x(i),fy0+i*dd0

!   IF i=1 THEN  WRITE #1: x(i) !データの記録

NEXT I
FOR j=n+1 TO 2*n
    PLOT LINES: x(j),y(j);
NEXT J
PLOT LINES
PLOT LINES: fx0,fy0;x(3),fy0+dd0;x(4),fy0+2*dd0;fx1,fy1

! WAIT DELAY 0.0002

```

NEXT t

!CLOSE #1

END

プログラム 3（振り子 3 個の場合）

プログラム 2 と同様に隣の振り子から影響を受けるようになっている。一つ隣の振り子から受ける影響を 1 とし、二つ隣の振り子から受ける影響を 2 として比を用いて計算している。

OPTION ANGLE RADIANS

! OPEN #1:NAME "C:\Users\白神 直杜\Desktop\振り子\temp\DATA.CSV", RECTYPE

INTERNAL

! ERASE #1

WAIT DELAY 1

DIM A(20), B(20), C(20), W(20), L(20), X(20), Y(20)

LET n=3 ! 振り子の数

! ひもの長さ

LET dL=5

LET L(1)=35

LET L(2)=L(1)

LET L(3)=L(1)

LET Oc=30*PI/180 ! 初期角度

LET tm=500 ! 振り子の時間

LET dt=0.008 ! 振り子の速さ

LET r=0.7 ! 振り子の球の半径

LET g=9.8 ! 重力加速度

LET k=0.0001 ! 横糸のばね定数

SET WINDOW -42,42,-14,70

! DRAW grid

```

LET Ox1=0
LET Oy1=30
LET dd=15
LET dd0=5 !間隔
LET fx0=Ox1
LET fy0=Oy1+dd
LET fx1=Ox1
LET fy1=fy0+4*dd0

```

```

LET Ox=Ox1
LET Oy=Oy1

```

```

LET C(1)=Oc
LET C(2)=ATN(2*dd0/(3*dd0)*SIN(Oc))
LET C(3)=ATN(dd0/(3*dd0)*SIN(Oc))

```

```

FOR i=n TO 1 STEP -1
  IF i=1 THEN
    SET COLOR 1
    SET LINE COLOR 1
  ELSE
    SET COLOR i
    SET LINE COLOR i
  END IF

```

```

LET x(i)=L(i)*SIN(C(i))
LET y(i)=Oy-L(i)*COS(C(i))
LET x(i+n)=dL*SIN(C(i))
LET y(i+n)=Oy-dL*COS(C(i))
PLOT POINTS: Ox,Oy
DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),y(i))
DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),fy0+i*dd0)
PLOT LINES: x(i+n),y(i+n);x(i),y(i)
PLOT LINES: x(i+n),fy0+i*dd0;x(i),fy0+i*dd0
NEXT I

```

```

FOR j=n+1 TO 2*n
  PLOT LINES: x(j),y(j);

```

```

NEXT J
PLOT LINES
PLOT LINES: fx0,fy0;x(4),fy0+dd0;x(5),fy0+2*dd0;x(6),fy0+3*dd0;fx1,fy1

PLOT LINES: fx0-3,fy0;fx0+3,fy0
PLOT LINES: fx1-3,fy1;fx1+3,fy1

WAIT DELAY 1

FOR t=0 TO tm STEP dt
  SET COLOR 0
  SET LINE COLOR 0

  FOR i=1 TO n
    PLOT POINTS: Ox,Oy
    DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),y(i))
    DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),fy0+i*dd0)
    PLOT LINES: x(i+n),y(i+n);x(i),y(i)
    PLOT LINES: x(i+n),fy0+i*dd0;x(i),fy0+i*dd0
  NEXT I

  FOR j=n+1 TO 2*n
    PLOT LINES: x(j),y(j);
  NEXT J
  PLOT LINES
  PLOT LINES: fx0,fy0;x(4),fy0+dd0;x(5),fy0+2*dd0;x(6),fy0+3*dd0;fx1,fy1

  FOR i=n TO 1 STEP -1
    IF i=1 THEN
      SET COLOR 1
      SET LINE COLOR 1
    ELSE
      SET COLOR i
      SET LINE COLOR i
    END IF

```

```

LET S=0
IF i=1 THEN LET S= C(2)/3+2*C(3)/3
IF i=2 THEN LET S= C(1)/2+2*C(3)/2
IF i=3 THEN LET S= C(2)/3+2*C(1)/3

LET A(i)=W(i)*dt
LET B(i)=(-g*SIN(c(i)))/L(i)*dt-k*(2*C(i)-S)
LET c(i)=c(i)+A(i)
LET w(i)=w(i)+B(i)
! LET c(i)=180*c(i)/PI
LET x(i)=L(i)*SIN(c(i))
LET y(i)=Oy-L(i)*COS(c(i))
LET x(i+n)=dL*SIN(C(i))
LET y(i+n)=Oy-dL*COS(C(i))

PLOT POINTS: Ox,Oy
DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),y(i))
DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),fy0+i*dd0)
PLOT LINES: x(i+n),y(i+n);x(i),y(i)
PLOT LINES: x(i+n),fy0+i*dd0;x(i),fy0+i*dd0

! IF i=3 THEN WRITE #1: x(i)

NEXT I
FOR j=n+1 TO 2*n
  PLOT LINES: x(j),y(j);
NEXT J
PLOT LINES
PLOT LINES: fx0,fy0;x(4),fy0+dd0;x(5),fy0+2*dd0;x(6),fy0+3*dd0;fx1,fy1

! WAIT DELAY 0.0002

NEXT t

CLOSE #1
END

```


卒 業 研 究
方程式のガロア群の研究

先進科学系
白神 百花

指導教員 松田 修

令和 5 年 2 月 22 日

Abstract

Study of Galois groups of equations

SHIRAGA MOMOKA

In this paper, we study n th equations with A_n when $n = 3, 4, 5$. We use the free software “SageMath”, which can compute the Galois group equations. It is generally known that equations of degree 5 or greater do not have solution formulas, and that power roots cannot be used to represent the solution of that type of equation. The reason for this is that the general Galois group S_n of equations of degree 5 or higher is not a solvable group, where S_n is called the symmetry group. Among the subgroups of S_n is the unsolvable group A_n , called the alternating group.

The Galois groups of most equations of degree n is S_n . Therefore, it would be difficult to study the features of equations involving S_n . However, we wondered if there are some patterns in equations with A_n .

In this paper, we shall proof two theorems for cubic equations with A_3 and two theorems for a quadratic equation with A_4 that we found, respectively. Moreover, we shall introduce seven conjectures for quantic equations with A_5 .

目次

1. 序論.....	1
1.1 ガロア理論とは	1
1.2 本研究の目的と動機.....	1
2. 群 A_3 をもつ3次方程式 $x^3 + bx + c = 0$ ($b, c \in \mathbb{Q}$) の研究.....	1
2-1 3次方程式に関する研究結果その1	2
.....	2
2-2 3次方程式に関する研究結果その2	3
3. 群 A_4 をもつ4次方程式 $x^4 + ax^3 + d = 0$ ($a, d \in \mathbb{Q}$) の研究.....	3
3-1 4次方程式に関する研究結果その1	4
3-2 4次方程式に関する研究結果その2	6
4. 群 A_5 をもつ5次交代群の研究と予想	8
4.1 $f(x)$ の6次Resolvent $f_{20}(x)$	9
4.2 5次方程式に関する7つの予想	10
5. 研究のまとめ.....	14
参考文献	15

1. 序論

1.1 ガロア理論とは

$\mathbb{Q}$ 係数の n 次方程式

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_1 = 0$$

を考える。 $\mathbb{Q}$ 上に n 次方程式の解 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ を添加した拡大体 $M = \mathbb{Q}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ を最小分解体という。最小分解体 M において有理数以外の n 個の解の置換全体は、 M の自己同型写像を引き起こし、 n 次対称群 S_n の部分群となる。これを方程式の**ガロア群**という。ここで、 S_n とは置換全体の集合のことである。ガロアの定理より $n = 2, 3, 4$ のとき、対称群 S_n は可解群であり $\mathbb{Q}$ 係数の n 次方程式はべき根を用いて解くことが出来る。

2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

である。3 次、4 次の方程式の解の公式は数学者カルダノやフェラーリによって発見された。しかし $n \geq 5$ の対称群 S_n は可解群ではないため、一般的に 5 次以上の方程式はべき根による解の公式を持たないことが知られている。つまり、方程式がべき根による解の公式をもつかどうかは方程式のガロア群によって判定できる。このことは 19 世紀にアーベルとガロアが証明した。

1.2 本研究の目的と動機

本研究では *SageMath* という数学ソフトウェアを用いてプログラミングを行い、研究を進めた。*SageMath* は群を求める専用のコマンドを搭載しており方程式のガロア群の計算が可能となっている。方程式の係数の範囲や位数を指定し *SageMath* を用いてプログラミングを行うと、対称群 S_n が最も多く一般的な群であることが判明した。さらに S_n 以外の群は極少数であるが S_n の次に交代群 A_n が多いことが予想できた。

n 次方程式の対称群 S_n は置換全体の集合で S_n の位数は $\#S_n = n!$ である。対称群のうち偶置換全体の集合の部分群は n 次交代群 A_n となり、位数は $\#A_n = n!/2$ である。本研究では S_n の次に多い A_n を持つ群はどのような特徴をもつのか知りたいと考え 3, 4, 5 次方程式の交代群に着目して研究を行った。

2. 群 A_3 をもつ 3 次方程式 $x^3 + bx + c = 0$ ($b, c \in \mathbb{Q}$) の研究

3 次方程式のガロア群は 3 次対称群 S_3 または 3 次交代群 A_3 となる。ここで、 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$) の群を判別するための道具として判別式 D があり

$$D = -4a^3c + a^2b^2 + 18abc - 4b^3 - 27c^2 \quad (1)$$

である。以下の命題が知られている。

命題 1. (cf. [2] p.26) D が平方数ならば 3 次方程式のガロア群は A_3 となる。

さて、交代群をもつ3次方程式の特徴は、一つの解を α_1 とすると有理数体 $\mathbb{Q}$ に α を添加してできる拡大体 $\mathbb{Q}(\alpha)$ に残りの2つの解 α_2 と α_3 も $\mathbb{Q}(\alpha_1)$ の元となるということである。このとき A_3 の位数は3で、 $\mathbb{Q}(\alpha_1)$ の拡大次数は3である。本研究では交代群 A_3 をもつ3次方程式 $x^3 + ax + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{Q}$)について研究を行った。この方程式の判別式の値は (1)より、

$$D = -4a^3 - 27b^2$$

である。これをもとに $x^3 + ax + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{Q}$)の研究について定理の証明を行った。以下に発見した2つの定理と定理の証明を示す。

2-1 3次方程式に関する研究結果その1

定理 1.

$x^3 - 3hx + h = 0$ という方程式の群は A_3 となる。

ここで、 h とは $Hexnumber(1,7,19 \dots)$ という数列で下図のような配置でできる六角形の個数である。数列の公式は $h = 3n(n-1) + 1$ である。

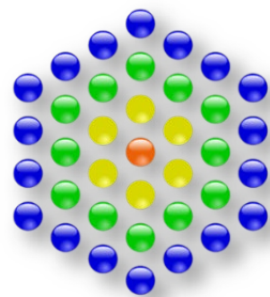
プログラミング結果の一部

```
x^3 - 3*x + 1 PARI group [3, 1, 1, "A3"] of degree 3
x^3 - 21*x + 7 PARI group [3, 1, 1, "A3"] of degree 3
x^3 - 57*x + 19 PARI group [3, 1, 1, "A3"] of degree 3
x^3 - 111*x + 37 PARI group [3, 1, 1, "A3"] of degree 3
x^3 - 183*x + 61 PARI group [3, 1, 1, "A3"] of degree 3
```

(証明) $x^3 + ax + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{Q}$)の判別式の値は、 $D = -4a^3 - 27b^2$ より
 $a = -3\{3n(n-1) + 1\}, b = 3n(n-1) + 1$ のとき

$$\begin{aligned} \text{判別式 } D &= 4 \cdot 3^3 \{3n(n-1) + 1\}^3 - 27(3n(n-1) + 1)^2 \\ &= \{3n(n-1) + 1\}^2 \{108 \times 3n(n-1) + 1\} - 27\} \\ &= \{3n(n-1) + 1\}^2 \{324n^2 - 324n + 81\} \\ &= \{3n(n-1) + 1\}^2 \times 9^2(2n-1)^2 \\ &= (54n^3 - 81n^2 + 45n - 9)^2 \end{aligned}$$

である。以上より D の値は平方数となり、命題1よりこの方程式のガロア群は A_3 となることが分かる。(証明終)



* 例として、因数分解で $x^3 - 3x + 1 = 0$ の群が A_3 であることを見てみよう。

$x^3 - 3x + 1 = 0$ の一つの解を α とすると、拡大体 $\mathbb{Q}(\alpha)$ の中で

$$x^3 - 3x + 1 = (x - \alpha)(x - \alpha^2 + 2)(x + \alpha^2 + \alpha - 2)$$

と因数分解できる。よって、拡大体 $\mathbb{Q}(\alpha)$ は $\mathbb{Q}$ 上の3次拡大体である。方程式の群の位数は

3であり,この方程式の群は A_3 といえる。

2-2 3 次方程式に関する研究結果その 2

定理 2.

$x^3 - kx + k = 0$ ($k = n^2 + n + 7$)という方程式の群は A_3 となる。

プログラミング結果の一部

```
x^3 - 7*x + 7 PARI group [3, 1, 1, "A3"] of degree 3
x^3 - 9*x + 9 PARI group [3, 1, 1, "A3"] of degree 3
x^3 - 13*x + 13 PARI group [3, 1, 1, "A3"] of degree 3
x^3 - 19*x + 19 PARI group [3, 1, 1, "A3"] of degree 3
x^3 - 27*x + 27 PARI group [3, 1, 1, "A3"] of degree 3
```

(証明) $x^3 + ax + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{Q}$)の判別式の値は, $D = -4a^3 - 27b^2$ より

$a = -(n^2 + n + 7)$, $b = n^2 + n + 7$ のとき, 判別式 D を計算すると,

$$\begin{aligned} D &= 4(n^2 + n + 7)^3 - 27(n^2 + n + 7)^2 = (n^2 + n + 7)^2 \{4(n^2 + n + 7) - 27\} \\ &= (n^2 + n + 7)^2(4n^2 + 4n + 1) = \{(n^2 + n + 7)(2n + 1)\}^2 \\ &= (2n^3 + 3n^2 + 15n + 7)^2 \end{aligned}$$

となる。以上より D の値は平方数となるため, 命題 1 よりこの方程式のガロア群は A_3 となることが分かる。

* 例として, 因数分解で $x^3 - 9x + 9 = 0$ の群が A_3 であることを見てみよう。

$x^3 - 9x + 9 = 0$ の一つの解を α とすると, $\mathbb{Q}$ 上の3次拡大体 $\mathbb{Q}(\alpha)$ の中で

$$x^3 - 9x + 9 = (x - \alpha)\{x^2 + \alpha x + \alpha^2 - 9\} = (x - \alpha)(x - \alpha^2 - \alpha + 6)(x + \alpha^2 + 2\alpha - 6)$$

と因数分解できる。よって, 最小分解体も $\mathbb{Q}(\alpha)$ である。したがって, この方程式の群は A_3 といえる。(証明終)

3. 群 A_4 をもつ4次方程式 $x^4 + ax^3 + d = 0$ ($a, d \in \mathbb{Q}$) の研究

4次方程式のガロア群は, 4次対称群 S_4 (位数 24), 4次交代群 A_4 (位数 12), 4次二面体群 D_4 (位数 8), 巡回群 C_4 (位数 4), 四元群 V_4 (位数 4)のいずれかとなる。既約な

$\mathbb{Q}$ 係数の4次方程式 $x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ のガロア群を判別するための道具として *Resolvent* を用いる。

以下に4次方程式 $x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ の *Resolvent*の定義を示す。

4 次方程式の *Resolvent* の定義

$\mathbb{Q}$ 係数の 3 次方程式

$$R_4(x) = x^3 - cx^2 + (bd - 4e)x + 4ce - b^2e - d^2$$

を 4 次方程式 $x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ の *Resolvent*(リゾルベルト)と呼ぶ。

本研究では交代群 A_4 をもつ 4 次方程式 $x^4 + ax^3 + d = 0$ ($a, d \in \mathbb{Q}$)について研究を行った。
この方程式 $x^4 + ax^3 + d = 0$ の *Resolvent*の値は上記の定義より、

$$R_4(x) = x^3 - 4dx - a^2d$$

である。発見した 2 つの定理と証明について定理 3,4 に示す。以下の命題をもとに証明を行う。

命題 2. (cf. [2] p.37) *Resolvent*が $\mathbb{Q}$ 上既約となるならば、群は S_4 または A_4 となる。さらに、*Resolvent*の判別式の値が平方数となるならば、方程式のガロア群は A_4 である。

3-1 4 次方程式に関する研究結果その 1

定理 3.

$x^4 - 8x^3 + 8^2\{7 + n(n-1)\} = 0$ の群は A_4 となる。(nは自然数)

プログラミング結果の一部

$x^4 - 8x^3 + 448$; PARI group [12, 1, 4, "A4"] of degree 4
 $x^4 - 8x^3 + 576$; PARI group [12, 1, 4, "A4"] of degree 4
 $x^4 - 8x^3 + 832$; PARI group [12, 1, 4, "A4"] of degree 4
 $x^4 - 8x^3 + 1216$; PARI group [12, 1, 4, "A4"] of degree 4
 $x^4 - 8x^3 + 1728$; PARI group [12, 1, 4, "A4"] of degree 4

(証明) Wolfram と呼ばれる計算ツールを用いて 4 次方程式の *Resolvent* の値を求めると

$$R_4(x) = x^3 - 256\{7 + n(n-1)\}x - 4096\{7 + n(n-1)\}$$

となる。ここで、*Resolvent*が $\mathbb{Q}$ 上既約となるため命題 2 より S_4 または A_4 となる。この証明を以下の補題 1 に示す。また、*Resolvent*の判別式の値は

$$D = 2^{26}(2n-1)^2(n^2 - n + 7)^2$$

と平方数となるため方程式のガロア群は A_4 となることが分かる。(証明終)

補題 1. $R_4(x) = x^3 - 256\{7 + n(n-1)\}x - 4096\{7 + n(n-1)\}$ は既約である。

(証明) $T = 7 + n(n-1)$ と置くと, $R_4(x) = x^3 - 256T - 4096T$ である。 a, b, c を整数として,

$$x^3 - 2^8T - 2^{12}T = (x+a)(x^2+bx+c)$$

と因数分解できたと仮定する。このとき,

$$a+b=0, \quad ab+c=-2^8T, \quad ac=-2^{16}T$$

が成り立つ。これより

$$-a^2+c=-2^8T, \quad ac=-2^{16}T$$

である。したがって, $2^4(-a^2+c)=ac$ より, a に関する 2 次方程式

$$2^4a^2+ca-2^4c=0$$

を得る。この判別式 D は

$$D=c^2+2^{10}c$$

であり, D は平方数でなければならないので, y を整数として

$$c^2+2^{10}c=y^2$$

と書ける。よって,

$$y=\pm\sqrt{c}\sqrt{c+2^{10}}$$

である。 c と $c+2^{10}$ はどちらも平方数でなければならないので, $c=z^2$ と置くと

$$z^2+2^{10}=w^2$$

となる。よって,

$$(w-z)(w+z)=2^{10}$$

である。この方程式の整数解は

$$(z, w) = (0, \pm 32), (\pm 24, \pm 40), (\pm 60, \pm 68), (\pm 126, \pm 130), (\pm 255, \pm 257)$$

よって,

$$c=z^2=0, 24^2, 60^2, 126^2, 255^2$$

得る。したがって,

$$\sqrt{D}=0, 960, 4080, 16380, 65535$$

である。以上より,

$$(a, c) = (0, 0), (24^2, -48), (24^2, 10398), (60^2, -240), (126^2, -1008), \\ (255^2, -4080), (255^2, 132134880)$$

が得られる。 $ac=-2^{16}T$ で, T が整数となるものは,

$$T=7+n(n-1)=0$$

のみである。しかし, これを満たす自然数 n は存在しない。(証明終)

* 例として, 因数分解で $x^4 - 8x^3 + 448 = 0$ の群が A_4 となることを見てみよう。

$x^4 - 8x^3 + 448 = 0$ の一つの解を α_1 とすると $\mathbb{Q}$ 上の 4 次拡大体 $K_1 = \mathbb{Q}(\alpha_1)$ 上で

$$x^4 - 8x^3 + 448 = (x - \alpha_1)(x^3 + (\alpha_1 - 8)x^2 + (\alpha_1^2 - 8\alpha_1)x + \alpha_1^3 - 8\alpha_1^2)$$

と因数分解される。さらに

$$x^3 + (\alpha_1 - 8)x^2 + (\alpha_1^2 - 8\alpha_1)x + \alpha_1^3 - 8\alpha_1^2 = 0$$

の解 α_2 を考える。このとき、 K_1 に α_2 を添加した3次拡大体 $K_2 = K_1(\alpha_2)$ 上で方程式の右辺は、

$$(x - \alpha_1)(x^3 + \alpha_1 x^2 + \alpha_1^2 x + \alpha_1^3 - 8) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x + T_1)(x + T_2)$$

ここで、

$$T_1 = \left(-\frac{3}{448}\alpha_1^3 + \frac{3}{56}\alpha_1^2 - \frac{1}{8}\alpha_1 + \frac{1}{4}\right)\alpha_2^2 + \left(\frac{3}{56}\alpha_1^3 - \frac{17}{56}\alpha_1^2\right)\alpha_2 - \frac{1}{4}\alpha_1^2 + 4\alpha_1 - 16$$

$$T_2 = \left(\frac{3}{448}\alpha_1^3 - \frac{3}{56}\alpha_1^2 + \frac{1}{8}\alpha_1 - \frac{1}{4}\right)\alpha_2^2 + \left(-\frac{3}{56}\alpha_1^3 + \frac{17}{56}\alpha_1^2 + 1\right)\alpha_2 + \frac{1}{4}\alpha_1^2 - 3\alpha_1 + 8$$

と因数分解される。 K_2 は最小分解体で、 $\mathbb{Q}$ 上12次拡大となる。したがって、ガロア群の位数は12となり、この方程式の群は A_4 といえる。

3-2 4 次方程式に関する研究結果その 2

定理 4.

$x^4 - 8x^3 + 2 \cdot 8\{31 + 12(n-1) + 4(n-1)(n-2)\} = 0$ の群は A_4 となる。

プログラミング結果の一部

```
x^4 - 8*x^3 + 1728 ; PARI group [12, 1, 4, "A4"] of degree 4
x^4 - 8*x^3 + 2032 ; PARI group [12, 1, 4, "A4"] of degree 4
x^4 - 8*x^3 + 2368 ; PARI group [12, 1, 4, "A4"] of degree 4
x^4 - 8*x^3 + 2736 ; PARI group [12, 1, 4, "A4"] of degree 4
x^4 - 8*x^3 + 3136 ; PARI group [12, 1, 4, "A4"] of degree 4
```

(証明)

Wolfram を用いて 4 次方程式の *Resolvent* の値を求めると

$$R_4(x) = x^3 - 64\{31 + 12(n-1) + 4(n-1)(n-2)\}x - 4096\{31 + 12(n-1) + 4(n-1)(n-2)\}$$

となる。ここで *Resolvent* が $\mathbb{Q}$ 上既約となるため S_4 または A_4 となる。この証明を補題 2 に示す。また、*Resolvent* の判別式の値は

$$D = \{2^{11}n^2(4n^2 + 27)\}^2$$

と平方数となるため方程式のガロア群は A_4 となることが分かる。

補題 2. $R_4(x) = x^3 - 64\{31 + 12(n-1) + 4(n-1)(n-2)\}x - 4096\{31 + 12(n-1) + 4(n-1)(n-2)\}$ は既約である。

(証明) $T = 31 + 12(n-1) + 4(n-1)(n-2)$ と置くと、 $R_4(x) = x^3 - 64T - 4096T$ である。

a, b, c を整数として

$$x^3 - 2^6T - 2^{12}T = (x + a)(x^2 + bx + c)$$

と因数分解できたと仮定する。このとき

$$a + b = 0, \quad ab + c = -2^6T, \quad ac = -2^{12}T$$

が成り立つ。これより

$$-a^2 + c = -2^6T, \quad ac = -2^{12}T$$

である。したがって、 $2^6(-a^2 + c) = ac$ より、 a に関する 2 次方程式

$$2^6a^2 + ca - 2^6c = 0$$

を得る。この判別式 D は

$$D = c^2 + 2^{14}c$$

であり、 D は平方数でなければならないので、 (a, b, c) を整数であれば a が整数の時判別式は平方数 y を整数として

$$c^2 + 2^{14}c = y^2$$

と書ける。よって、

$$y = \pm\sqrt{c} \sqrt{c + 2^{14}}$$

である。 c と $c + 2^{14}$ はどちらも平方数でなければならないので、 $c = z^2$ と置くと

$$z^2 + 2^{14} = w^2$$

となる。よって、

$$(w - z)(w + z) = 2^{14}$$

である。この方程式の整数解は

$$(z, w) = (0, \pm 128), (\pm 240, \pm 272), (\pm 504, \pm 520), (\pm 1020, \pm 1028), \\ (\pm 2046, \pm 2050), (\pm 4095, \pm 4097)$$

よって、

$$c = z^2 = 0, 240^2, 504^2, 1020^2, 2046^2, 4095^2$$

得る。したがって、

$$\sqrt{D} = 0, 65280, 262080, 1048560, 4194300, 16777215$$

である。以上より、

$$(a, c) = (0, 0), (-960, 240^2), (60, 240^2), (-4032, 504^2), (63, 504^2), \\ (-16320, 1020^2), (-65472, 2046^2), (-262080, 4095^2)$$

が得られる。 $ac = -2^{12}T$ で、 T が整数となるものは、

$$T = 31 + 12(n - 1) + 4(n - 1)(n - 2) = 0$$

のみである。しかし、これを満たす自然数 n は存在しない。

(証明終)

以上より、*Resolvent* が $\mathbb{Q}$ 上既約となることが証明できた。

* 例として, 因数分解で $x^4 - 8x^3 + 1728 = 0$ の群が A_4 となることを見てみよう。

$x^4 - 8x^3 + 1728 = 0$ の一つの解を α_1 とすると, $\mathbb{Q}$ に α_1 を添加した 4 次拡大体 $K_1 = \mathbb{Q}(\alpha_1)$ 上で

$$x^4 - 8x^3 + 1728 = (x - \alpha_1)\{x^3 + (\alpha_1 - 8)x^2 + (\alpha_1^2 - 8\alpha_1)x + \alpha_1^3 - 8\alpha_1^2\}$$

と因数分解される。さらに,

$$x^3 + (\alpha_1 - 8)x^2 + (\alpha_1^2 - 8\alpha_1)x + \alpha_1^3 - 8\alpha_1^2$$

の解 α_2 を考える。このとき, K_1 に α_2 を添加した 3 次拡大体 $K_2 = K_1(\alpha_2)$ 上で方程式の右辺は,

$$\begin{aligned} & (x - \alpha_1)\{x^3 + (\alpha_1 - 8)x^2 + (\alpha_1^2 - 8\alpha_1)x + \alpha_1^3 - 8\alpha_1^2\} \\ &= (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x + T_1)(x + T_2) \end{aligned}$$

ここで,

$$T_1 = \left(-\frac{1}{5184}\alpha_1^3 + \frac{1}{648}\alpha_1^2 - \frac{1}{72}\alpha_1 + \frac{1}{36}\right)\alpha_2^2 + \left(\frac{1}{648}\alpha_1^3 + \alpha_1^2 + \frac{4}{9}\right)\alpha_2 - \frac{1}{36}\alpha_1^2 + \frac{8}{9}\alpha_1 - \frac{16}{3}$$

$$T_2 = \left(\frac{1}{5184}\alpha_1^3 - \frac{1}{648}\alpha_1^2 + \frac{1}{36}\right)\alpha_2^2 + \left(-\frac{1}{648}\alpha_1^3 - \frac{1}{648}\alpha_1^2 + \frac{5}{9}\right)\alpha_2 + \frac{1}{36}\alpha_1^2 + \frac{1}{9}\left(\alpha_1 - \frac{8}{3}\right)$$

と因数分解される。 K_2 は最小分解体で, $\mathbb{Q}$ 上 12 次拡大となる。したがって, ガロア群の位数は 12 となり, この方程式の群は A_4 といえる。

4. 群 A_5 をもつ 5 次交代群の研究と予想

既約な $\mathbb{Q}$ 係数の 5 次方程式 $x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ のガロア群 G は位数 120 の 5 次対称群 S_5 または位数 60 の 5 次交代群 A_5 , 位数 20 のフロベニウス群, 10 次二面大群 D_{10} , 5 次巡回群 C_5 である。これらの群のうちフロベニウス群と 10 次二面大群 D_{10} , 5 次巡回群 C_5 はいずれも可解群である。よってこれらの可解群と同型となる 5 次方程式はべき根で解くことができる。一方, 対称群 S_5 と交代群 A_5 は可解群ではない。係数 a, b, c, d, e の値を指定して交代群 A_5 をもつ 5 次方程式の研究を行った。現時点での群 A_5 をもつ方程式の 7 つの予想を定理 1~7 に示す。

以下の命題をもとにして証明を行う。

命題 3. (cf. [2] p.49)

5 次方程式の判別式の値が平方数ならば, A_5 , D_{10} , Z_5 と判別できる。ここで方程式の $\text{Resolvent}(f_{20}(x))$ が整数解を持たなければ, ガロア群は A_5 であることが証明できる。

4.1 $f(x)$ の 6 次 *Resolvent* $f_{20}(x)$

$f(x)$ を $\mathbb{Q}$ 係数の 5 式とする。そして x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 を

$$f(x) = x^5 - s_1 x^4 + s_2 x^3 - s_3 x^2 + s_4 x - s_5$$

の根とする。ここで、 s_1 は 5 つの使った基本対称式である。さらに、

$$F_{20} = \{\sigma, \tau \mid \sigma^5 = \tau^4 = id, \sigma\tau = \tau\sigma^2\} \subset S_5$$

は、位数 20 のフロベニウス群で、その生成元を $\sigma = (1\ 2\ 3\ 4\ 5)$ と $\tau = (2\ 3\ 5\ 4)$ とできる。そこで、

$$\theta = \theta_1 = x_1^2(x_2x_5 + x_3x_4) + x_2^2(x_3x_1 + x_4x_5) + x_3^2(x_4x_2 + x_5x_1) + x_4^2(x_5x_3 + x_1x_2) + x_5^2(x_1x_4 + x_2x_3)$$

を考えると、 θ の S_5 の不変な置換の集合は F_{20} となる。さらに

$$\theta_1 = \theta, \theta_2 = (123)\theta_1, \theta_3 = (132)\theta_1, \theta_4 = (12)\theta_1, \theta_5 = (23)\theta_1, \theta_6 = (13)\theta_1$$

とし、そして

$$f_{20}(x) = (x - \theta_1)(x - \theta_2)(x - \theta_3)(x - \theta_4)(x - \theta_5)(x - \theta_6)$$

とする。 $f_{20}(x)$ は $f(x)$ の 6 次 *Resolvent* と呼ばれる。

$f_{20}(x)$ の係数は x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 の対称式となるため s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 の対称式でもある。そして、以下が示される。

命題 1. $\mathbb{Q}$ 係数の 5 次方程式 $f(x) = 0$ がべき根で解けることと、 $f_{20}(x)$ が有理数根を持つことは同値である。

Δ を差積、すなわち $\Delta = \prod_{i < j} (x_i - x_j)$ とし、そして、 $D = \Delta^2$ とする。ここで x_i は $f(x)$ の根であり、 D は $f(x)$ の判別式と呼ばれる。 D について以下がいえる。

命題 2. $D \in \mathbb{Q}$ であることと $f(x)$ の群が Z_5, D_{10} , または A_5 のいずれかと同型であることは同値である。

$$f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0$$

とする。ここで、 a_i は整数とする。以下の命題はよく知られている。

命題 3. r が $f(x)$ の根であることと、 $r \mid a_0$ であることは同値である。

命題 4. $f_{20}(x)$ は整数根をもち、 $\sqrt{D}$ が整数であることは、 $f(x)$ の群が Z_5 または D_{10} とどちらかと同型であることと同値である。

(証明) 命題 1, 命題 2, 命題 3 より得られる。

4.2 5 次方程式に関する 7 つの予想

予想 1

$x^5 - 5nx^4 + 5 \cdot 2^6 n^5 = 0$ の群は A_5 となる。(n の値は自然数)

プログラミング結果の一部

$x^5 - 5x^4 + 320$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 10x^4 + 10240$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 15x^4 + 77760$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 20x^4 + 327680$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 25x^4 + 1000000$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5

(証明の試み)

判別式の値は $D = (2560000n^{10})^2$ で平方数となるため命題 3 より, A_5 , D_{10} , Z_5 と判別できる。ここでこの方程式の *Resolvent* を求める。

5 次方程式 $x^5 + ax^4 + b = 0$ を $x = x' - \frac{a}{5}$ と置くと

$$x^5 - \frac{2a^2}{5}x^3 + \frac{4a^3}{25}x^2 - \frac{3a^4}{125}x + \frac{4a^5}{3125} + b = 0$$

となる。

$f(x) = x^5 + px^3 + qx^2 + rx + s$ の *Resolvent* は,

$$\begin{aligned} f_{20}(x) = & x^6 + 8rx^5 + (2pq^2 - 6p^2r + 40r^2 - 50qs)x^4 \\ & + (-2q^4 + 21pq^2r - 40p^2r^2 + 160r^3 - 15p^2qs - 400qrs + 125ps^2)x^3 \\ & + (p^2q^4 - 6p^3q^2r - 8q^4r + 9p^4r^2 + 76pq^2r^2 - 136p^2r^3 + 400r^4 - 50pq^3s + 90p^2qrs \\ & - 1400qr^2s + 625q^2s^2 + 500prs^2)x^2 \\ & + (-2pq^6 + 19p^2q^4r - 51p^3q^2r^2 + 3q^4r^2 + 32p^4r^3 + 76pq^2r^3 - 256p^2r^4 + 512r^5 \\ & - 31p^3q^3s - 58q^5s + 117p^4qrs + 105pq^3rs + 260p^2qr^2s - 2400qr^3s \\ & - 108p^5s^2 - 325p^2q^2s^2 + 525p^3rs^2 + 2750q^2rs^2 - 500pr^2s^2 + 625pqs^3 \\ & - 3125s^4)x + (q^8 - 13pq^6r + p^5q^2r^2 + 65p^2q^4r^2 - 4p^6r^3 - 128p^3q^2r^3 \\ & + 17q^4r^3 + 48p^4r^4 - 16pq^2r^4 - 192p^2r^5 + 256r^6 - 4p^5q^3s - 12p^2q^5s \\ & + 18p^6qrs + 12p^3q^3rs - 124q^5rs + 196p^4qr^2s + 590pq^3r^2s - 160p^2qr^3s \\ & - 1600qr^4s - 27p^7s^2 - 150p^4q^2s^2 - 125pq^4s^2 - 99p^5rs^2 - 725p^2q^2rs^2 \\ & + 1200p^3r^2s^2 + 3250q^2r^2s^2 - 2000pr^3s^2 - 1250pqrs^3 + 3125p^2s^4 \\ & - 9375rs^4) \end{aligned}$$

である。よって 5 次方程式 $x^5 + ax^4 + b = 0$ の *Resolvent* は,

$$\begin{aligned}
f_{20}(x) = & x^6 - \frac{24a^4x^5}{125} + \left(\frac{16a^8}{625} - 8a^3\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)\right)x^4 + \left(-50a^2\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)^2\right. \\
& + \frac{144a^7\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)}{125} - \frac{32a^{12}}{15625}\Big)x^3 + \left(\frac{104a^6\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)^2}{5} - \frac{64a^{11}\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)}{625}\right. \\
& + \frac{5504a^{16}}{48828125}\Big)x^2 + \left(-3125\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)^4 - 40a^5\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)^3\right. \\
& - \frac{3104a^{10}\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)^2}{3125} + \frac{37248a^{15}\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)}{9765625} - \frac{102656a^{20}}{30517578125}\Big)x \\
& + 725a^4\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)^4 - \frac{48a^9\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)^3}{25} + \frac{7136a^{14}\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)^2}{390625} \\
& - \frac{63232a^{19}\left(b + \frac{4a^5}{3125}\right)}{1220703125} + \frac{150784a^{24}}{3814697265625}
\end{aligned}$$

である。 $a = -5n$, $b = 320n^5$ のとき

$$\begin{aligned}
f_{20}(x) = & x^6 - 120n^4x^5 + 326000n^8x^4 - 153760000n^{12}x^3 + 34050400000n^{16}x^2 \\
& - 28221459200000n^{20}x + 4647987264000000n^{24}
\end{aligned}$$

$f_{20}(x) = 0$ が整数解を持たなければ、 $x^5 - 5nx^4 + 320n^5 = 0$ のガロア群は A_5 であることが証明できる。

予想 2

$x^5 + 5nx^4 + 64n^5 = 0$ の群は A_5 となる。(n の値は自然数)

プログラミング結果の一部

$x^5 + 5*x^4 + 64$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 10*x^4 + 2048$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 15*x^4 + 15552$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 20*x^4 + 65536$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 25*x^4 + 200000$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5

(証明の試み)

判別式の値は $D = (512000n^{10})^2$ で平方数となるため命題 3 より、 A_5 、 D_{10} 、 Z_5 と判別できる。(2)より、 $a = 5n$ 、 $b = 64n^5$ のとき

$$\begin{aligned}
f_{20}(x) = & x^6 - 120n^4x^5 - 58000n^8x^4 - 160000n^{12}x^3 + 1180000000n^{16}x^2 \\
& - 143379200000n^{20}x + 8960064000000n^{24}
\end{aligned}$$

$f_{20}(x) = 0$ が整数解を持たなければ、 $x^5 + 5nx^4 + 64n^5 = 0$ のガロア群は A_5 であることが証明できる。

予想 3

数) $x^5 + 5nx^4 + 2^6 \cdot 11^2 n^5 = 0$ の群は A_5 となる。(n の値は自然

プログラミング結果の一部

$x^5 + 5*x^4 + 7744$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 10*x^4 + 247808$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 15*x^4 + 1881792$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 20*x^4 + 7929856$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 25*x^4 + 24200000$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5

(証明の試み)

判別式の値は $D = (3407360000 n^{10})^2$ で平方数となるため命題 3 より, A_5, D_{10}, Z_5 と判別できる。

(2) より, $a = 5n, b = 64n^5$ のとき

$$f_{20}(x) = x^6 - 120n^4x^5 - 7738000n^8x^4 - 74342560000n^{12}x^3 + 19471516000000n^{16}x^2 \\ - 11320539017235200000n^{20}x + 1631225950238784000000n^{24}$$

となる。 $f_{20}(x) = 0$ が整数解を持たなければ, $x^5 + 5nx^4 + 2^6 \cdot 11^2 n^5 = 0$ のガロア群は A_5 であることが証明できる。

予想 4

$x^5 - 3 \cdot 5^2 n^2 x^3 + 3^4 \cdot 5^3 n^5 = 0$ の群は A_5 となる。(n の値は自然数)

プログラミング結果の一部

$x^5 + 75*x^3 + 10125$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 300*x^3 + 324000$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 675*x^3 + 2460375$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 1200*x^3 + 10368000$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 + 1875*x^3 + 31640625$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5

(証明の試み)

判別式の値は $D = (2562890625 n^{10})^2$ で平方数となるため命題 3 より, A_5, D_{10}, Z_5 と判別できる。

$x^5 + ax^3 + b = 0$ の *Resolvent* は,

$$f_{20}(x) = x^6 + 125ab^2x^3 - (108a^5b^2 + 3125b^4)x - 27a^7b^2 + 3125a^2b^4 \cdots (3)$$

となる。 $a = -75n^2, b = 10125n^5$ のとき

$$f_{20}(x) = f = x^6 - 961083984375n^{12}x^3 - 6568408355712890625n^{20}x \\ + 221683782005310058593750n^{24}$$

$f_{20}(x) = 0$ が整数解を持たなければ, $x^5 - 3 \cdot 5^2 n^2 x^3 + 3^4 \cdot 5^3 n^5 = 0$ のガロア群は A_5 であ

ることが証明できる。

予想 5

$k = -n^2 + 31n - 29$ のとき,

$x^5 - 75kx^3 + 3^4 \cdot 5^3 \cdot 13k^2 = 0$ の群は A_5 となる。

プログラミング結果の一部

$x^5 - 75 \cdot x^3 + 131625$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 2175 \cdot x^3 + 110696625$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 4125 \cdot x^3 + 398165625$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 5925 \cdot x^3 + 821471625$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 7575 \cdot x^3 + 1342706625$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5

(証明の試み)

この方程式の判別式の値は $D = \{33317578125 (-31 + 2n) (29 - 31n + n^2)^4\}^2$ で, 命題 3 より, 平方数となるため A_5 , D_{10} , Z_5 と判別できる。

(3) より, $a = -75(-n^2 + 31n - 29)$, $b = 131625(-n^2 + 31n - 29)$ のとき

$f_{20}(x)$

$$\begin{aligned} &= x^6 - 162423193359375(-n^2 + 31n - 29)^3 x^3 \\ &\quad + (4440244048461914062500(-n^2 + 31n - 29)^7 \\ &\quad - 938001555237579345703125(-n^2 + 31n - 29)^4)x \\ &\quad + 6244093193149566650390625(-n^2 + 31n - 29)^9 \\ &\quad + 5276258748211383819580078125(-n^2 + 31n - 29)^6 \end{aligned}$$

となる。 $f_{20}(x) = 0$ が整数解を持たなければ $k = -n^2 + 31n - 29$ のとき,
 $x^5 - 75kx^3 + 3^4 \cdot 5^3 \cdot 13k^2 = 0$ のガロア群は A_5 であることが証明できる。

予想 6

$k = 5n^2 - 14n + 10$ ($0 \leq n < 4$) のとき,

$x^5 - 25k^2x^2 + 75k^4 = 0$ の群は A_5 となる。

プログラミング結果の一部

$x^5 - 25 \cdot x^2 + 75$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 100 \cdot x^2 + 1200$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 4225 \cdot x^2 + 2142075$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 28900 \cdot x^2 + 100225200$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5

(証明の試み)

判別式の値は $n = 0$ のとき $D = 140625^2$, $n = 1$ は $D = 72000000^2$,
 $n = 2$ は $D = 255896295890625^2$, $n = 3$ は $D = 561343304664000000^2$ で平方数となる
ため命題 3 より, A_5 , D_{10} , Z_5 と判別できる。

$x^5 + ax^2 + b = 0$ の *Resolvent* は

$$f_{20}(x) = x^6 - 50abx^4 - 2a^4x^3 + 625a^2b^2x^2 - (58a^5b + 3125b^4)x + a^8$$

である。 $a = -25n^2, b = 75n^4$ のとき

$$f_{20}(x) = x^6 + 93750n^6x^4 - 781250n^8x^3 + 2197265625n^{12}x^2 + (42480468750n^{14} - 98876953125n^{16})x + 152587890625n^{16}$$

$f_{20}(x) = 0$ が整数解を持たなければ, $k = 5n^2 - 14n + 10$ ($0 \leq n \leq 3$) のとき,
 $x^5 - 25k^2x^2 + 75k^4 = 0$ のガロア群は A_5 であることが証明できる。

予想 7

$k = 6n^2$ のとき, $x^5 - 5k^2x + 12nk^2 = 0$ の群は A_5 となる。

プログラミング結果の一部

$x^5 - 180*x + 432$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 2880*x + 13824$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 14580*x + 104976$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 46080*x + 442368$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5
 $x^5 - 112500*x + 1350000$; PARI group [60, 1, 4, "A5"] of degree 5

(証明の試み)

判別式の値は $D = (7776000n^{10})^2$ で平方数となるため, 命題 3 より, A_5, D_{10}, Z_5 と判別できる。

$x^5 + ax + b = 0$ の *Resolvent* の値は,

$$f_{20}(x) = x^6 + 8ax^5 + 40a^2x^4 + 160a^3x^3 + 400a^4x^2 + (512a^5 - 3125b^4)x + (256a^6 - 9375ab^4)$$

$a = -180k^4, b = 432k^5$ のとき

$$f_{20}(x) = x^6 - 1440k^4x^5 + 1296000k^8x^4 - 933120000k^{12}x^3 + 419904000000k^{16}x^2 - 205584998400000k^{20}x + 67480252416000000k^{24}$$

となる。 $f_{20}(x) = 0$ が整数解を持たなければ, $x^5 - 180k^4x + 432k^5 = 0$ のガロア群はであることが証明できる。

* 定理 9 を除き, いずれの定理も $n=10000$ まで調査し成りたつことを確認した。

5. 研究のまとめ

本研究では, *SageMath* を用いて交代群をもつ 3, 4, 5 次方程式を対象として研究を行った。結果として, 幾つかの定理を発見し証明を行うことが出来た。特に 5 次方程式に関しては結

果を多く得られた。今後の課題としては、まだ研究したことのない 6 次以上の方程式の研究を行っていきたい。特に 3,4,5 次で得られた特徴と共通点を持つのかに着目し、結果をもとに最終的には n 次方程式の一般化を行いたいと考えた。

参考文献

- [1] ガロア理論のストーリー (19 世紀のフランスの少年が作った理論)
https://www.tsuyama-ct.ac.jp/matsuda/eBooks/galois_story.pdf
- [2] 方程式のガロア群 (その具体的な計算法)
https://www.tsuyama-ct.ac.jp/matsuda/eBooks/galois_equations.pdf
- [3] SOLVING SOLVABLE QUINTICS
[file:///C:/Users/Owner/Downloads/SOLVING%20SOLVABLE%20QUINTICS%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Owner/Downloads/SOLVING%20SOLVABLE%20QUINTICS%20(1).pdf)

付録 A. A_3 をもつ 3 次方程式(定理 1)を求めるプログラム

```
with open('file.txt','w') as o:
    for k in range(0,100):
        for j in range(0,1):
            R.<x> = PolynomialRing(QQ)
            f=x^3-3*k*x+k
            l=list(factor(f))
            b = [x[1] for x in l]
            s=sum(b)
            if s<2:
                G=f.galois_group(pari_group=True)
                u=G.order()
                if 2<u<4:
                    o.write(str(f)+" ; "+str(G)+'\n')
                    print(f,G)
                # else:
                # print(f,"=",factor(f),"no")\m
o.close
```

付録 B A_4 をもつ 4 次方程式(定理 3)を求めるプログラム

```
with open('file.txt','w') as o:
    for k in range(0,100):
        for j in range(0,1):
            R.<x> = PolynomialRing(QQ)
            f=x^4-8*x^3+2^6 * {7+k(k-1)}
            l=list(factor(f))
            b = [x[1] for x in l]
            s=sum(b)
            if s<2:
                G=f.galois_group(pari_group=True)
                u=G.order()
                if 11<u<13:
                    o.write(str(f)+" ; "+str(G)+'\n')
                    print(f,G)
                # else:
                # print(f,"=",factor(f),"no")\m
o.close
```

付録 C A_5 をもつ 5 次方程式(定理の予想 1)を求めるプログラム

```
with open('file.txt','w') as o:
    for k in range(0,100):
        for j in range(0,1):
            R.<x> = PolynomialRing(QQ)
            f=x^5-5*k*x^4+320*k^5
            l=list(factor(f))
            b = [x[1] for x in l]
            s=sum(b)
            if s<2:
                G=f.galois_group(pari_group=True)
                u=G.order()
                if 59<u<61:
                    o.write(str(f)+" ; "+str(G)+"\n")
                    print(f,G)
                # else:
                # print(f,"=",factor(f),"no")\m
o.close
```

卒業研究

形を変える多面体の解析

先進科学系

森内啓太

指導教員 松田修

令和5年1月18日

概要

背景

この研究の動機は、2017 年 1 月 19 日に YouTube に投稿された動画「Reconfigurable Materials」(By Harvard John A. Paulson School of Engineering and Applied Sciences) であり、この動画で示され多面体は形を変えるもので、我々はその動きに不思議な印象をもった。

内容

まず、動画「Reconfigurable Materials」の多面体と同じものを製作し、それを研究した。さらに長方形の面だけで構成された形を変える多面体を製作した。製作した 2 種類の多面体がどのような理由で変形するのかを、ベクトル解析を用いて解析することを試みた。したがって、本研究ではベクトル解析を用いて、「Reconfigurable Materials」の多面体の接合部に注目し、そこからいつかの命題を立て、それらを証明した。また、自分たちで新しく作成した長方形の面だけで構成された形を変える多面体について、基本的な命題を 5 つ立て、それらを証明した。

結果

今回研究した多面体の動きはどちらも角度に依存していることが分かった。今回証明した命題と GeoGebra を用いて多面体の動きのプログラムを組み、多面体の変形をシミュレーションすることに成功した。

Overview

Background.

The motivation for this study was the video "Reconfigurable Materials" (By Harvard John A. Paulson School of Engineering and Applied Sciences) posted on YouTube on January 19, 2017. The polyhedrons shown in this video are shape-changing, and we were mystified by their movement.

Contents

First, we made the same polyhedron shown in the movie "Reconfigurable Materials" and studied it. Then, we fabricated a shape-changing polyhedron composed of only rectangular faces. We attempted to analyze the reasons for the deformation of the two kinds of polyhedra we fabricated by using vector analysis. Therefore, in this study, we used vector analysis to focus on the joints of the polyhedra of "Reconfigurable Materials," from which we made propositions about when, and proved them. We also made five basic propositions and proved them for our own newly created shape-changing polyhedron composed only of rectangular faces.

Results

We found that the motion of both of the polyhedra studied here is angle-dependent. Using the propositions we proved and GeoGebra, we programmed the movement of the polyhedra and successfully simulated the deformation of the polyhedra.

目次

1 はじめに	2
2 $D, \partial D, L$ の定義	3
3 長方形で構成された形を変える多面体について	4
3.1 リンク機構 ∂D の動きについて	4
3.2 側面だけが面 D で構成された平行六面体について	5
3.3 定理 1 の証明	7
3.4 折り畳み多面体のその他の特徴	7
4 n 次元へ拡張	9
5 「Reconfigurable Materials」の多面体について	9
5.1 「Reconfigurable Materials」の多面体	12
6 GeoGebra でのシミュレーション	14
7 今後考えられる研究テーマ	21
参考文献	21

1 はじめに

現在、3次元空間において、多面体が変形できるための条件を見つけるため、二つの多面体を用いて研究している。

この研究の動機は、2017年1月19日にYouTubeに投稿された動画「Reconfigurable Materials」(By Harvard John A. Paulson School of Engineering and Applied Sciences)である。その後、この動画で使用していた多面体を実際に製作してみた。この再現した多面体を元に新たな多面体を制作した。以後これを折り畳み多面体と呼ぶ。それを以下の図1、図2に示す。

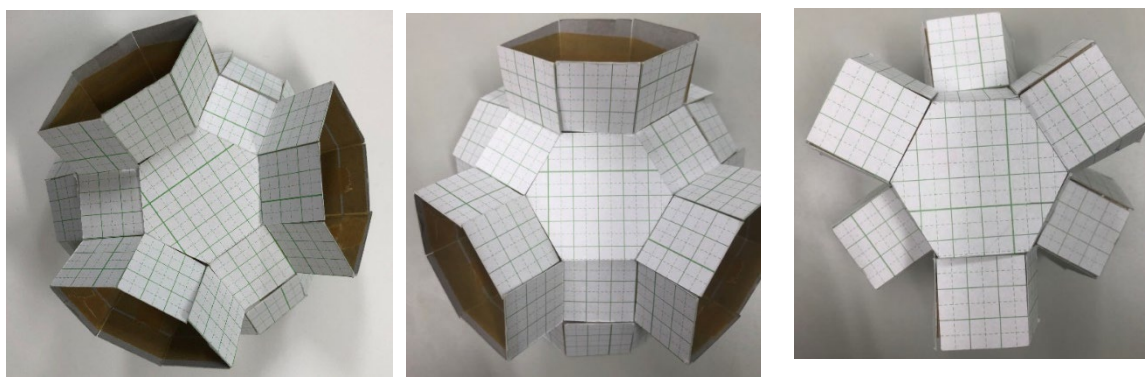


図1 「Reconfigurable Materials」の多面体を再現したもの

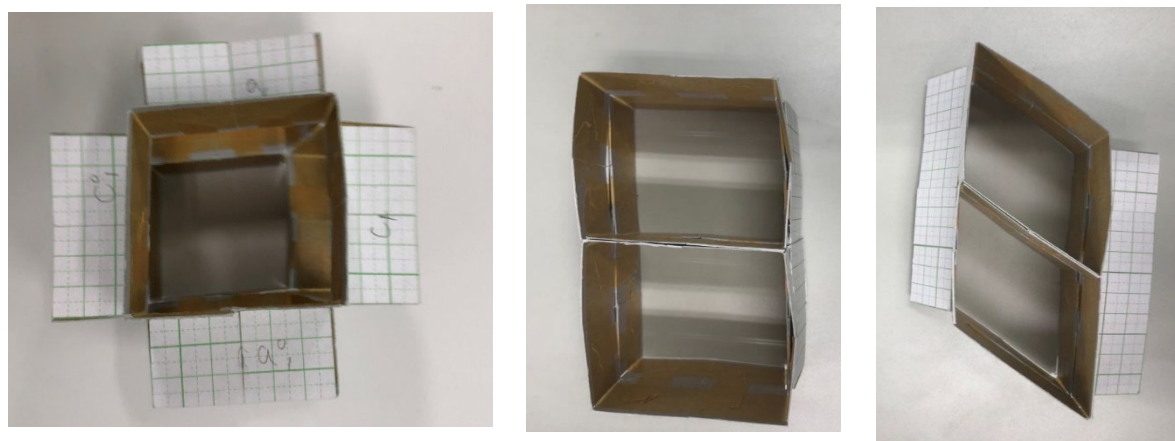


図2 折り畳み多面体

これらの二つの多面体の動きについて、隣接行列、行列、関数、グループラーの式、ベクトル解析などを用いて変形する理由を解析しようと試みた。この中で、ベクトル解析以外は成功しなかったため現時点ではベクトル解析を用いて研究を進めた。「Reconfigurable Materials」の多面体の変形する理由を示すために、ベクトル解析を用いて、接合部ごとに注目して、いくつかの命題を立て、それらを証明した。また、自分たちで新しく作成した多面体の変形は基本的な命題を五つを立て、それらを証明した。

2 $D, \partial D(\theta), L$ の定義

本研究で扱う変換では、長さや面は変化しないものとする。その上で以下を定義する。

- ① 記号 D は、内部を含む多角形の面を意味する。
- ② 記号 ∂D は、 D から D の内部を除いた部分を表す。
- ③ L_i は直線を意味し、 $\partial D = \cup L_i$ とする。そして、 ∂D をリンク機構と呼ぶ。

注意。 ∂D は変換によって、直線は変化しないが、形状は変化する。

特に、 ∂D が平行四辺形の場合、その一つの内角 θ を意味する記号として、 $\partial D(\theta)$ を用いる。 ∂D は変換によって、形状が変化するため、 $\partial D(\theta)$ が変化するということを意味する。

<例>

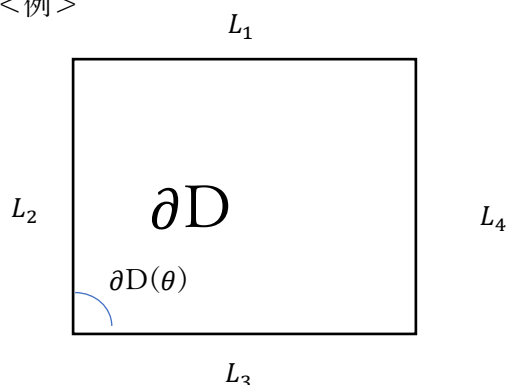


図3 ∂D のイメージ図 ($\partial D(\theta)$ は変化する)

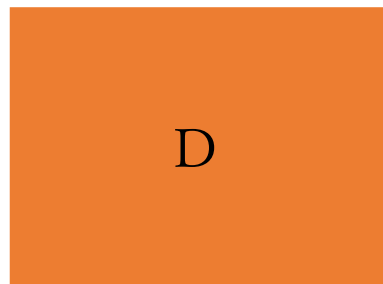


図4 (D のイメージ図)

図3を ∂D とする (すなわち直線で構成されたリンク機構である)。したがって図3の ∂D の内角である $\partial D(\theta)$ は変化する。図4は面 D である (内部を含む面である)。

3 長方形で構成された形を変える多面体について

本研究では、図 2 に示す長方形だけで構成された形を変える多面体を製作した。この折り畳み多面体から横に伸びているものを羽という。この多面体の動きを解析するために、六つの命題を立て、それらを証明した。



図2 折り畳み多面体

以下が主結果である。

<定理 1> 折り畳み多面体 (図 2) の自由度は 3 である。ここで自由度とは、平行六面体の動きを制御するパラメータを意味する。

以下において、定理 1 を証明し、さらに、定理 1 を n 次元に拡張の試みを示す。

3.1 リンク機構 θD の動きについて

<命題 3.1> 平行四辺形 $ABCD$ は θD とする (図 5) において内角の一つの角 $\theta = \theta D = \angle ACD$ を変化させると各対辺は平行に変化する。

図 5 のような四角形をとり $\angle ACD = \theta$ とする。

このとき $\triangle ABD$ と $\triangle DCA$ において $\overline{AD}$ は共有、

仮定より $|\overline{AB}| = |\overline{DC}|$ 、 $|\overline{BD}| = |\overline{CA}|$ だから

$$\triangle ABD \equiv \triangle DCA$$

従って、錯角が等しいので $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ となる。

<証明終>

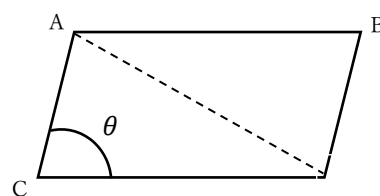


図 5 対辺の長さ等しい四角形

3.2 側面だけが面Dで構成された平行六面体について

<命題 3.2> 側面だけが面 D で構成された平行六面体 (図 6) 平行六面体において角 $\theta = \angle AEF$ を変化させても、つねに側面 $\partial D \square ABFE \equiv \partial D \square DCGH$ が成り立つ。さらに一つの角 $\theta = \angle AEF$ を変化させると $\angle DHG$ は θ に連動する。

[証明]

色付き部分を ∂D とする。

四角形 ABFE と四角形 DCGH において色付きで無い面は面 D なので、

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}, \quad \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CG}, \quad \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{GH}, \quad \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{HD}$$

従って、四組の辺とその長さが等しいので

$$\square ABFE \equiv \square DCGH$$

これより $\theta = \angle DHG$ が得られる。

<証明終>

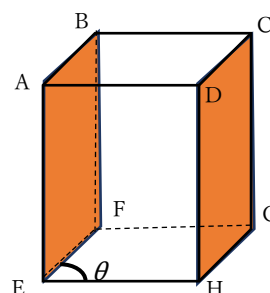


図 6 各面が平行四辺形となる六面体

<命題 3.3> 側面が面 D で構成された六面体 (図 7) について考える。ここで、面 $A_1A_2A_3A_4$ と面 $A_5A_6A_7A_8$ と面 $B_1B_2B_3B_4$ と面 $B_5B_6B_7B_8$ と面 $A_5A_6B_2B_1$ と面 $A_6A_7B_3B_2$ と面 $A_7A_8B_4B_3$ と面 $A_8A_5B_1B_4$ はそれぞれ面 ∂D とする。この時、最上面の角 $\theta = \angle A_4A_1A_2$ を変化させても最上面と最下面は合同を保つ。さらに $\theta = \angle A_4A_1A_2$ を動かしても、つねに $\square A_5A_6A_7A_8 // \square B_1B_2B_3B_4$ を保つ。

[証明]

命題 3.2 より

$$\square A_1A_2A_3A_4 \equiv \square A_5A_6A_7A_8$$

$$\square A_5A_6A_7A_8 \equiv \square B_1B_2B_3B_4$$

$$\square B_1B_2B_3B_4 \equiv \square B_5B_6B_7B_8$$

したがって

$$\square A_1A_2A_3A_4 \equiv \square B_5B_6B_7B_8$$

が得られる。

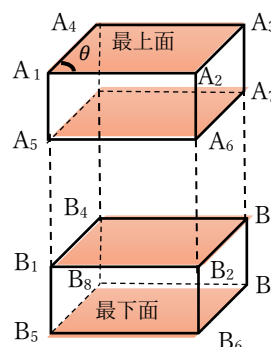


図 7 平行六面体を三つ平行に合わせた多面体

命題 3.1 より $\overrightarrow{B_1B_2} // \overrightarrow{A_5A_6}$, $\overrightarrow{B_2B_3} // \overrightarrow{A_6A_7}$
 これより $\overrightarrow{B_1B_2}$ と $\overrightarrow{B_2B_3}$ を基底としてとったときに出来る平面
 を H_1 、 $\overrightarrow{A_5A_6}$ と $\overrightarrow{A_6A_7}$ を基底としてとったときに出来る平面を
 H_2 とすると、 H_1 の法線ベクトル $\mathbf{n}_1$ と H_2 の法線ベクトル $\mathbf{n}_2$ は
 平行。

したがって $H_1 // H_2$ であるから

$$\square A_5A_6A_7A_8 // \square B_1B_2B_3B_4$$

<証明終>

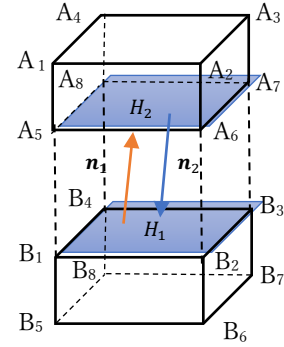


図 8 図 7 に法線ベクトルを追加した図

折り畳み多面体の自由度を求めるため、折り畳み多面体の羽を除いたものの自由度について考えた。

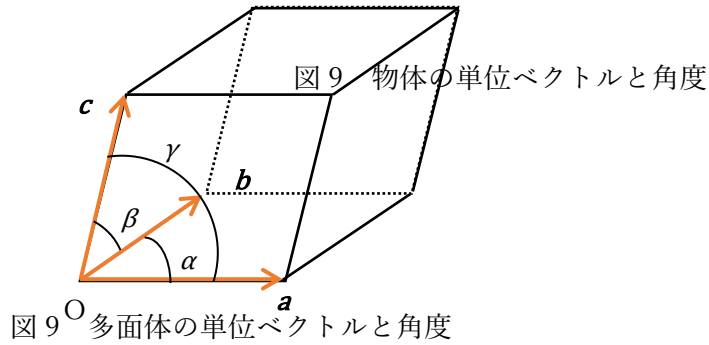


図 9^O多面体の単位ベクトルと角度

上図のように原点をとり、単位ベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

とする。単位ベクトル $\mathbf{a}$ と単位ベクトル $\mathbf{b}$ の間の角を α 、単位ベクトル $\mathbf{c}$ と単位ベクトル $\mathbf{b}$ の間の角を β 、単位ベクトル $\mathbf{a}$ と単位ベクトル $\mathbf{c}$ の間の角を γ とする。

<命題 3.4> 図 12 の左図の線だけで構成された立方体において a と b 、 b と c 、 c と a のなす角をそれぞれ a 、 b 、 c とする。このとき、 c は次式で表される。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma \\ \frac{\cos \beta - \cos \alpha \cos \gamma}{\sin \alpha} \\ \frac{\sqrt{1 - (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}}{\sin \alpha} \end{pmatrix}$$

[証明] $\mathbf{c}$ は $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = \cos \gamma$, $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = \cos \beta$ より

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma \\ \cos \beta \end{pmatrix}$$

が得られる。この連立方程式を解くと

$$x = \cos \gamma, \quad y = \frac{\cos \beta - \cos \alpha \cos \gamma}{\sin \alpha}$$

である。 z は $\mathbf{c}$ が単位ベクトルであることから $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ より

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{1 - \cos^2 \gamma - \left(\frac{\cos \beta - \cos \alpha \cos \gamma}{\sin \alpha} \right)^2} \\ &= \frac{\sqrt{1 - (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}}{\sin \alpha} \end{aligned} \quad (1)$$

<証明終>

3.3 定理 1 の証明

<定理 1> 折り畳み多面体 (図 2) の自由度は 3 である。ここで自由度とは、平衡六面体の動きを制御するパラメータを意味する。

[証明] 命題 3.4 より、線だけで構成された立方体の自由度が 3 であること、命題 3.3 から線だけで構成された立方体に羽を付けた場合、上下の羽は連動する。よって定理 1 は命題 3.3、命題 3.4 から示される。<証明終>

3.4 折り畳み多面体のその他の特徴

<命題 3.6> c において β を限りなく 0 に近づけると $z \rightarrow 0$ となる。このとき、 $b = c$ が成立する。また $\lim_{\gamma \rightarrow 0} z = 0$ となり、 $b = a$ が成立する。

[証明]

(1)式に $\beta = 0$ を代入すると

$$z = \frac{\sqrt{-(\cos \alpha - \cos \gamma)^2}}{\sin \alpha}$$

となり、根号内が常に 0 以下になる。したがって実数であるためには

$$\cos \alpha = \cos \gamma$$

である必要がある。このとき x, y 成分は

$$x = \cos \gamma = \cos \alpha$$

$$y = \frac{\cos 0 - \cos \alpha \cos \gamma}{\sin \alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = \sin \alpha$$

よって $\beta = 0$ のとき、ベクトル $\mathbf{c}$ はベクトル $\mathbf{b}$ と一致する。

次に $\gamma = 0$ のとき、

$$z = \frac{\sqrt{-(\cos \alpha - \cos \beta)^2}}{\sin \alpha}$$

となり、根号内が常に 0 以下になる。したがって実数であるためには

$$\cos \alpha = \cos \beta$$

このとき x, y 成分は

$$x = 1$$

$$y = \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\sin \alpha} = 0$$

$$z = \frac{\sqrt{-(\cos \alpha - \cos \beta)^2}}{\sin \alpha} = 0$$

よって $\gamma = 0$ のとき、ベクトル $\mathbf{c}$ はベクトル $\mathbf{a}$ と一致する。

<証明終>

<命題 3.7> $b = c$ のとき $\lim_{\alpha \rightarrow 0} z = \sin b$ である。

[証明] $\beta = \gamma$ とすると (1) 式は

$$z = \frac{\sqrt{1 - (\cos^2 \alpha + 2 \cos^2 \beta) + 2 \cos \alpha \cos^2 \beta}}{\sin \alpha}$$

となるので $\alpha \rightarrow 0$ のとき

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} z = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \alpha - 2 \cos^2 \beta (1 - \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha}}$$

$$= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \sqrt{\left(1 - \frac{2 \cos^2 \beta}{1 + \cos \alpha}\right)}$$

$$= \sin \beta$$

<証明終>

4 n次元へ拡張

3次元において立方体は、命題 4.1 や命題 4.2 のような関係を持つことをわかった。これを一般の n 次元に拡張することで n 次元立方体がどのような変形をするのかを調べる。

n 次元における独立な n 本の単位ベクトルを $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$ とし $\mathbf{a}_i$ と $\mathbf{a}_j$ ($i \neq j$) のなす角を θ_{ij} 、 $\mathbf{a}_i$ の k 成分 ($1 \leq k \leq n$) を x_{ik} とする。このとき $\mathbf{a}_i$ を i+1 成分以降が 0 となるように定めると

$$x_{11} = 1, \quad x_{21} = \cos \theta_{12}, \quad x_{22} = \sin \theta_{12}$$

と書けるので、 $\mathbf{a}_n$ は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{n-11} & x_{n-12} & x_{n-13} & \cdots & x_{n-1n-1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n1} \\ x_{n2} \\ x_{n3} \\ \vdots \\ x_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{1n} \\ \cos \theta_{2n} \\ \cos \theta_{3n} \\ \vdots \\ \cos \theta_{n-1n} \end{pmatrix}$$

$$x_{n1}^2 + x_{n2}^2 + \cdots + x_{nn}^2 = 1$$

を解くことで求めることができる。

<命題 4.1> $\theta_{ij} = 0$ のとき $\theta_{ik} = \theta_{jk}$ ($1 \leq k \leq n, i \neq k, j \neq k$) である。

[証明] $\mathbf{a}_i$ と $\mathbf{a}_k$ 、 $\mathbf{a}_j$ と $\mathbf{a}_k$ の内積は

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_k = \cos \theta_{ik}$$

$$\mathbf{a}_j \cdot \mathbf{a}_k = \cos \theta_{jk}$$

である。 $\theta_{ij} = 0$ とすると $\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j = 1$ より $\mathbf{a}_i = \mathbf{a}_j$ となるので

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_k = \mathbf{a}_j \cdot \mathbf{a}_k$$

したがって $\theta_{ik} = \theta_{jk}$ となる。

<証明終>

5 「Reconfigurable Materials」の多面体について

以下の図 10 図 11 図 12 図 13 に「Reconfigurable Materials」の多面体の図とベクトルを示す。図 10 は、「Reconfigurable Materials」の多面体の六角形を正面にした図である。図 11 は図 10 の説明の補助のため各面に番号を振ったものである。また、図 12 は、「Reconfigurable Materials」の六角形の下の方角を正面にした図である。図 13 は図 12 の説明の補助のため各面に番号を振ったものである。

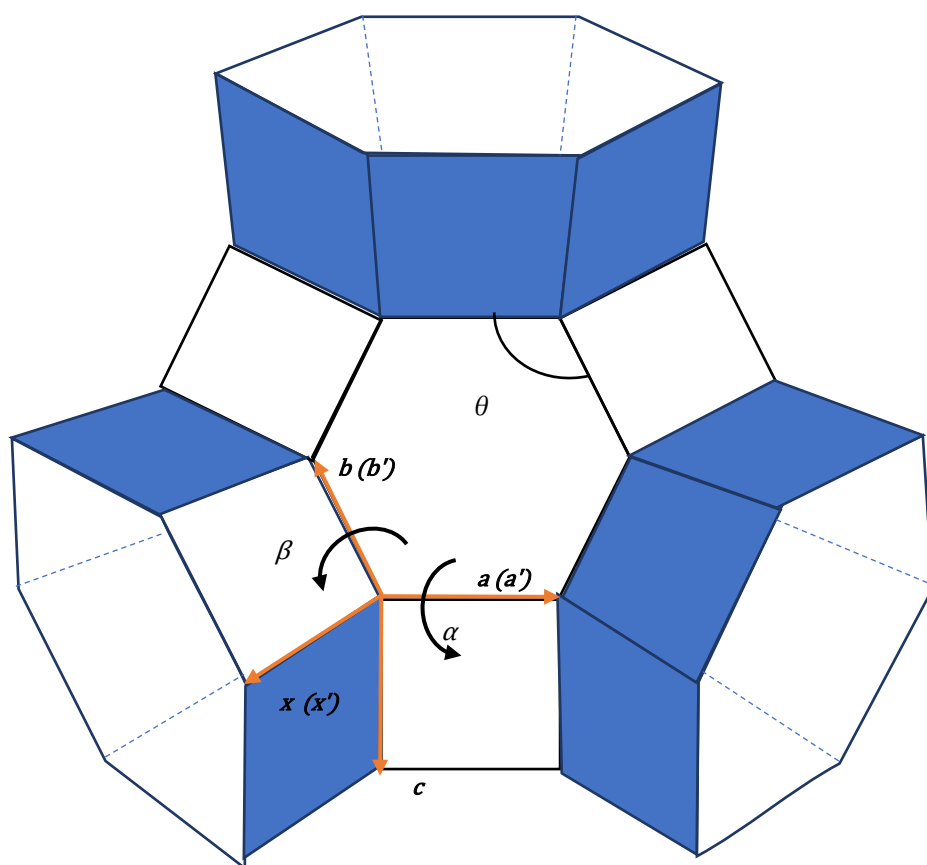
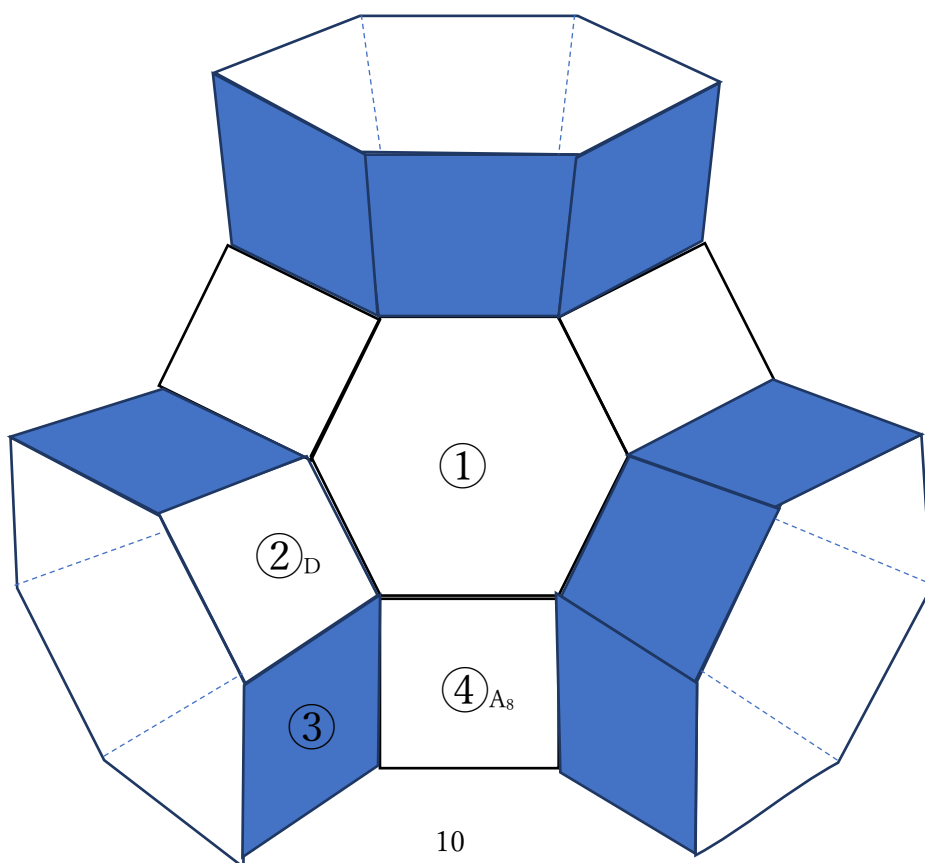


図 10 「Reconfigurable Materials」の多面体の図とベクトル



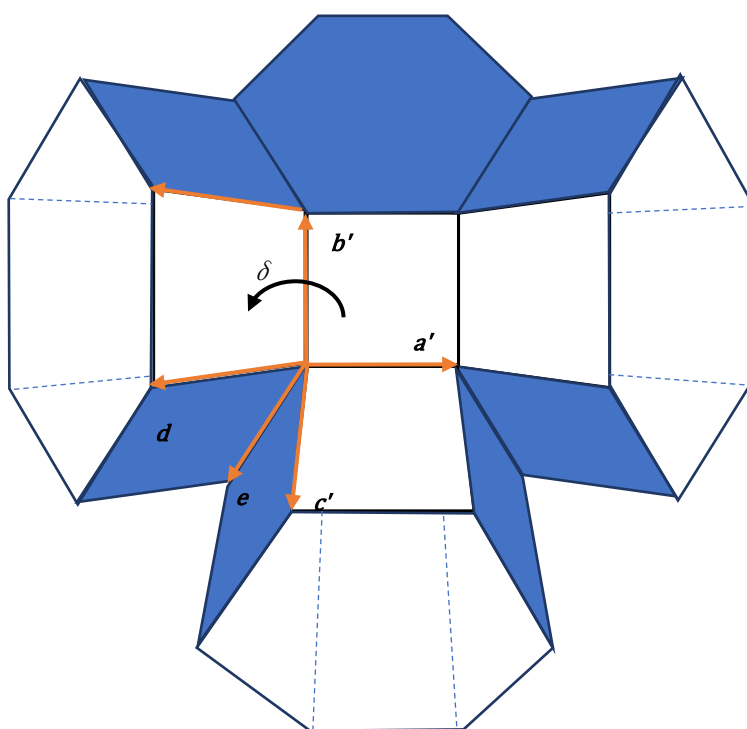


図 12 「Reconfigurable Materials」の多面体の図とベクトル

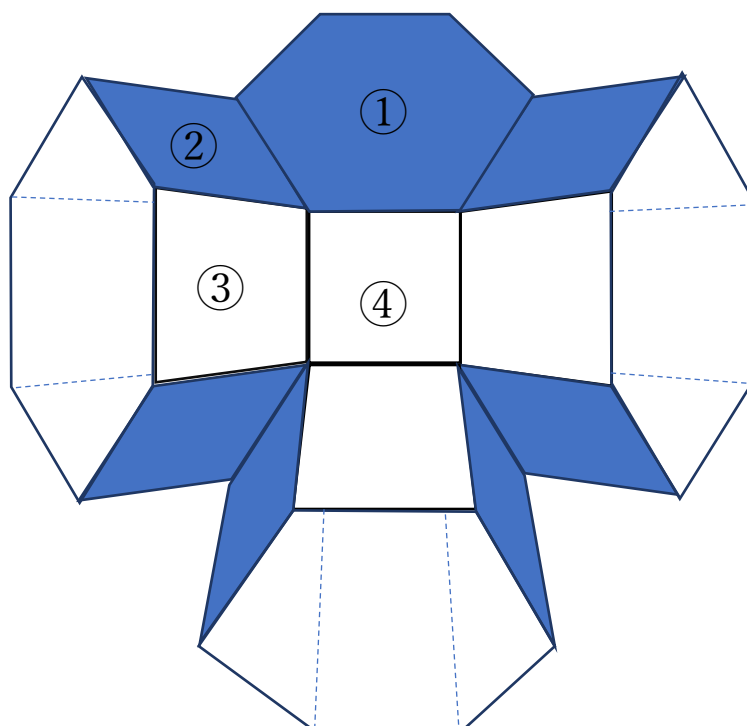


図 13 図 12 の補助の図

図 10、図 11 における面①の一つの角を θ 、面①から面④にかけての角を α 、面①から面②にかけての角を β 、面④から面③にかけての角を δ とする。図 1 に示した多面体を作成し、その動きを解析するため、以下の四つの命題を立て、証明した。

5.1 「Reconfigurable Materials」の多面体

命題 5.1 Reconfigurable Materials の多面体の面①の一つの角を θ 、面①から面④にかけての角を α とする。このときベクトル x は次式で表される。

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ただし、 $\theta = \frac{2\pi}{3}$

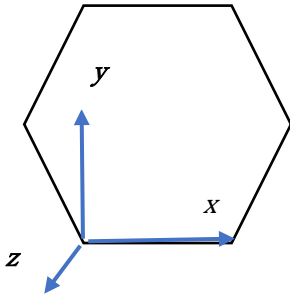


図 14 ベクトル a, b, c を用いたときの座標

[証明] 図 14 のように座標を取り、ベクトル a, b, c を

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$$

とし($\theta = \frac{2\pi}{3}$)、 b, c の両方に垂直な単位ベクトル x を

$$x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

とする。 x は $b \cdot x = 0, c \cdot x = 0$ より

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

<証明終>

命題 5.2 Reconfigurable Materials の多面体の面①の一つの角を θ 、面①から面④にかけての角を α とする。このとき a と x の内積は次式で表される。

$$a \cdot x = \frac{\tan \theta \tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} \quad (\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2})$$

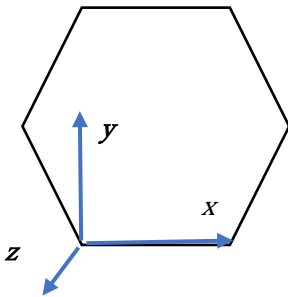


図 14 ベクトル a, b, c を用いたときの座標

[証明] 命題 5.1 より

$$x = \tan \theta \tan \alpha z, y = -\tan \alpha z$$

が得られ、条件から

$$x \leq 0, y \leq 0, z \geq 0$$

であるので、 $z = 1$ とおくと

$$x = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} \begin{pmatrix} \tan \theta \tan \alpha \\ -\tan \alpha \\ 1 \end{pmatrix}$$

となる。ここで内積 $a \cdot x$ を考えると

$$a \cdot x = \frac{\tan \theta \tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} \quad (1)$$

<証明終>

命題 5.3 Reconfigurable Materials の多面体の面①の一つの角を θ 、面①から面④にかけての角を α 、面①から面②にかけての角を β とする。このとき θ, α, β の関係式は次式で表される。

$$\frac{\tan \theta \tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} = \sin \theta \cos \beta \quad \left(\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \pi\right)$$

[証明] 図 15 のように座標を取り、なす角を β とするとベクトル a', b', x' は

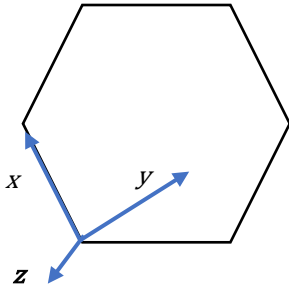


図 15 ベクトル a', b', c' を用いたときの座標

$$a' = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x' = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \beta \\ \sin \beta \end{pmatrix}$$

となる。内積 $a' \cdot x'$ は

$$a' \cdot x' = \sin \theta \cos \beta \quad (2)$$

である。 $a \cdot x$ と $a' \cdot x'$ の値は等しいので

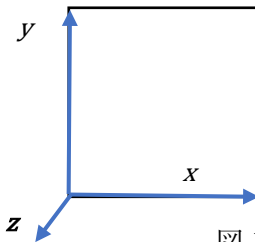
$$\frac{\tan \theta \tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \theta \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}} = \sin \theta \cos \beta$$

となり、角 α と β の関係式が得られる。

<証明終>

命題 5.4 Reconfigurable Materials の多面体の面①の一つの角を θ 、面①から面④にかけての角を α 、面①から面②にかけての角を β 、面④から面③にかけての角を δ とする。このとき α, β, δ の関係式は次式で表される。

$$\frac{-\sqrt{3} \tan \alpha}{\sqrt{4 \tan^2 \alpha + 1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \beta = \cos \delta$$



べて単

図 16 図 13 の白い面を基準としたときの座標

[証明] ベクトル a'', b'', c'' を次のようにとる。

$$a'' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b'' = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c'' = \begin{pmatrix} \cos \delta \\ 0 \\ \sin \delta \end{pmatrix}$$

このとき、 $a \parallel a'', x \parallel c''$ であり四つす位ベクトルであるから

$$a \cdot x = a'' \cdot c'' = \cos \delta \quad (3)$$

となる。 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ であるから(1), (2), (3)より

$$\frac{-\sqrt{3} \tan \alpha}{\sqrt{4 \tan^2 \alpha + 1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \beta = \cos \delta$$

となり連動して動くことがわかる。

<証明終>

6 GeoGebra でのシミュレーション

本研究では、GeoGebra を使って作成した多面体のシミュレーションを行った。GeoGebra の使用方法を下記に示す。

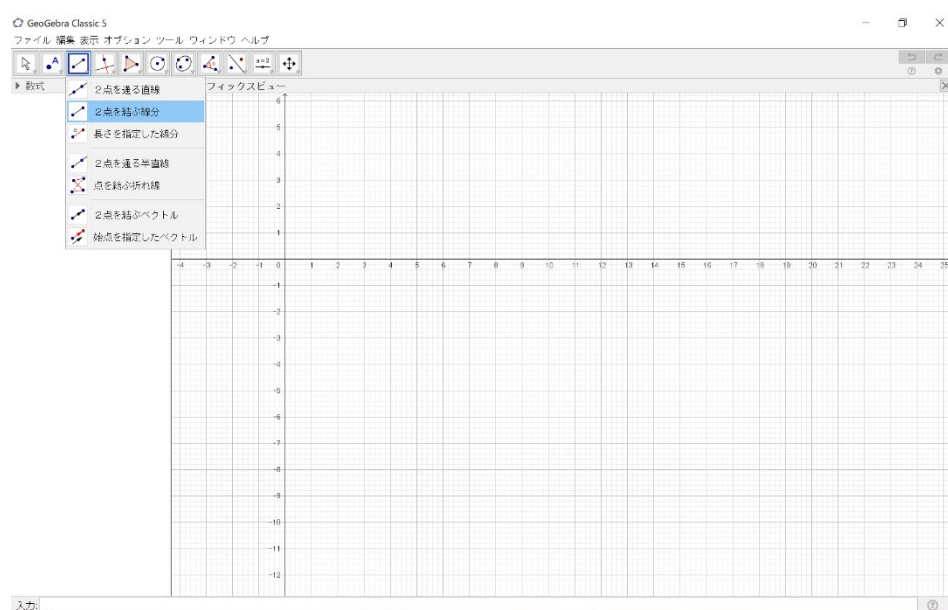


図 17 GeoGebra の使用例 1

GeoGebra での作図方法 1

二点を結ぶ直線を選択→カーソル移動させ、一つめの点を置きたいところをクリック
→カーソル移動させ、二つめの点を置きたいところをクリック

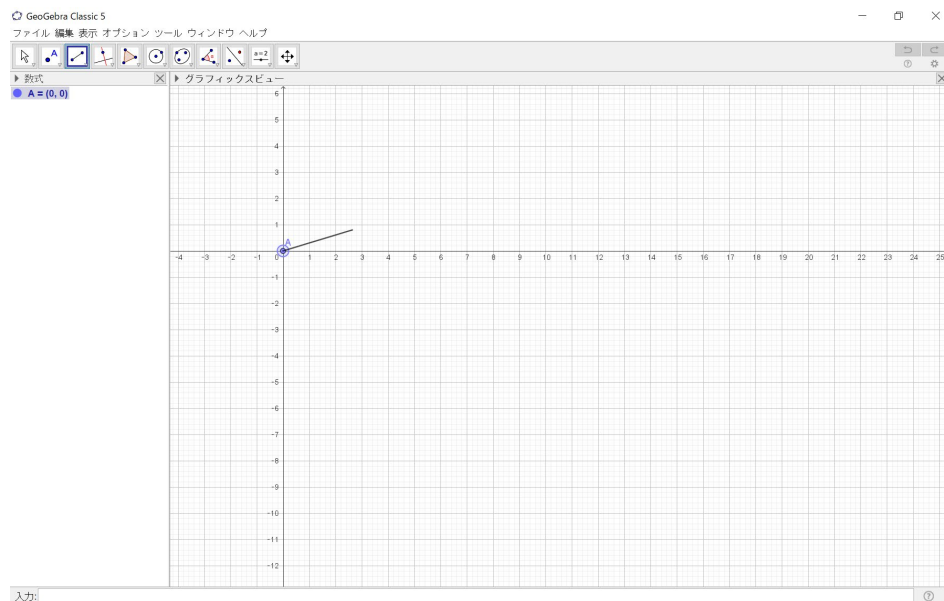


図 18 GeoGebra の使用例 2

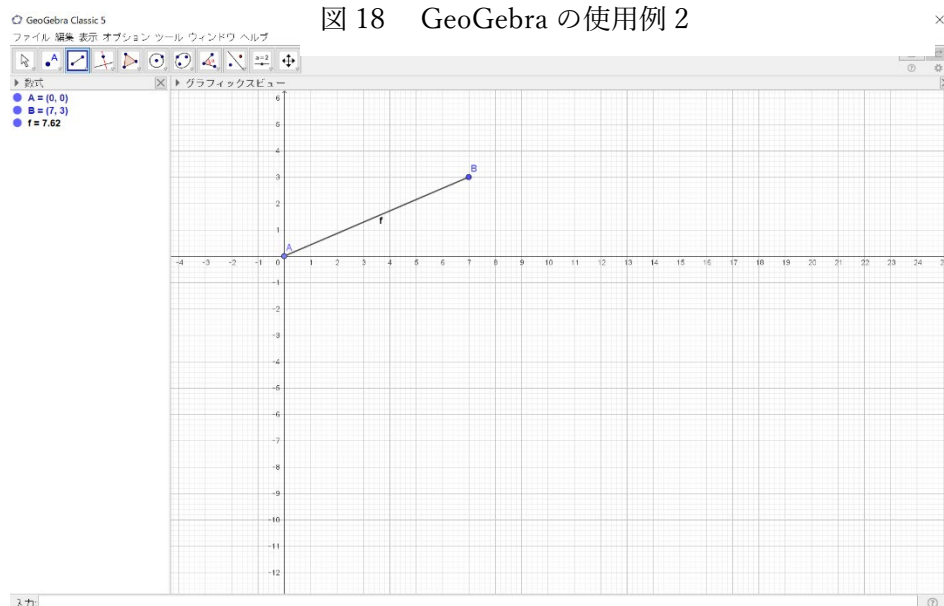


図 19 GeoGebra の使用例 3

→線分の完成

この他にも、多角形、垂線、円、楕円などの様々なものがあるが使用方法は同じで、点を置きたいところをクリックするだけである。

GeoGebra での作図方法 2

二点を結ぶ直線を選択→カーソル移動させ、一つめの点を置きたいところをクリック

→カーソル移動させ、二つめの点を置きたいところをクリック（ここまでは作図方法 1 と同じ）

→置いた点を右クリック

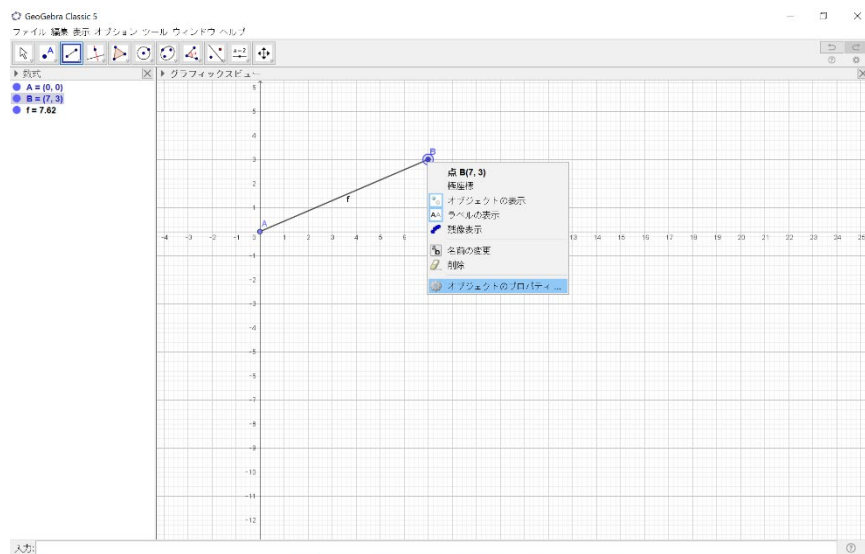


図 20 GeoGebra の使用例 4

→オブジェクトのプロパティを選択

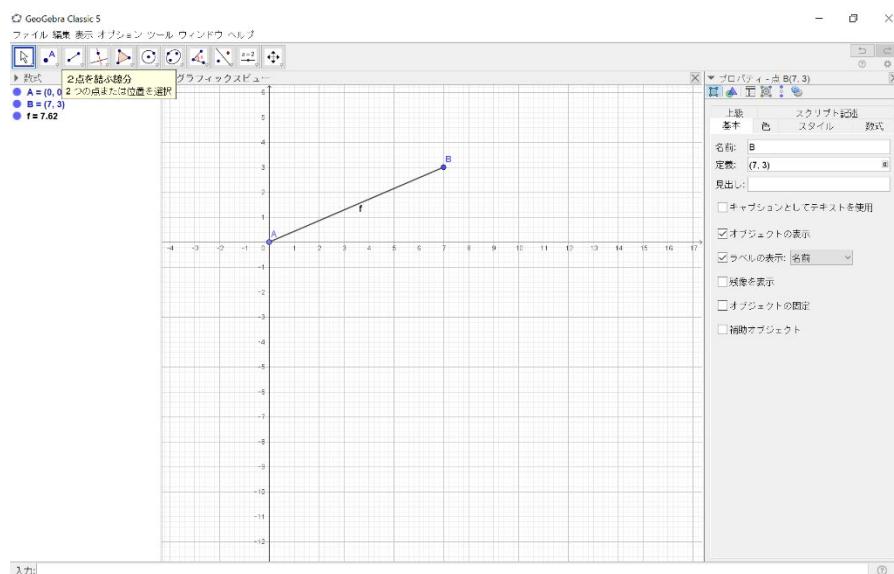


図 21 GeoGebra の使用例 5

→定義に (x,y) の順番で数値を入れればその座標に点が移動する。

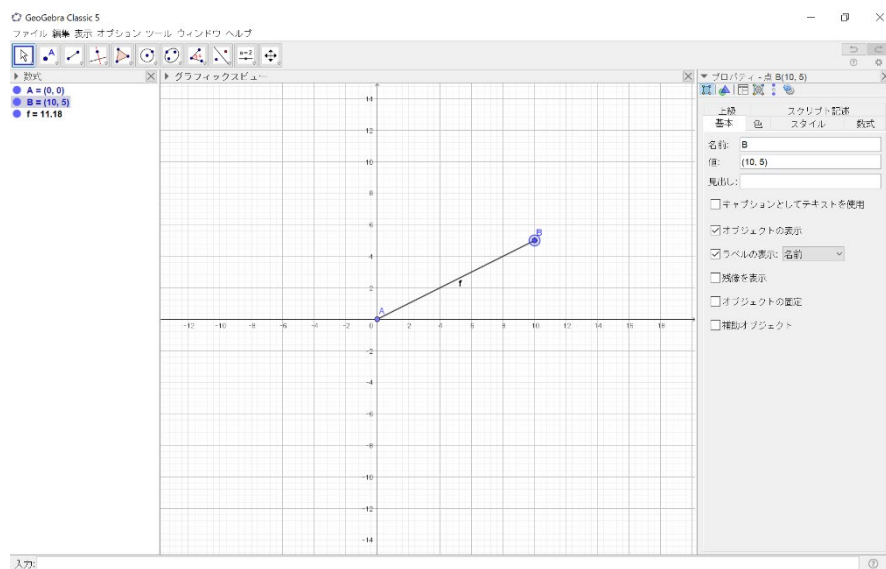


図 22 GeoGebra の使用例 6

→座標を変数にするとスライダーが作成される。

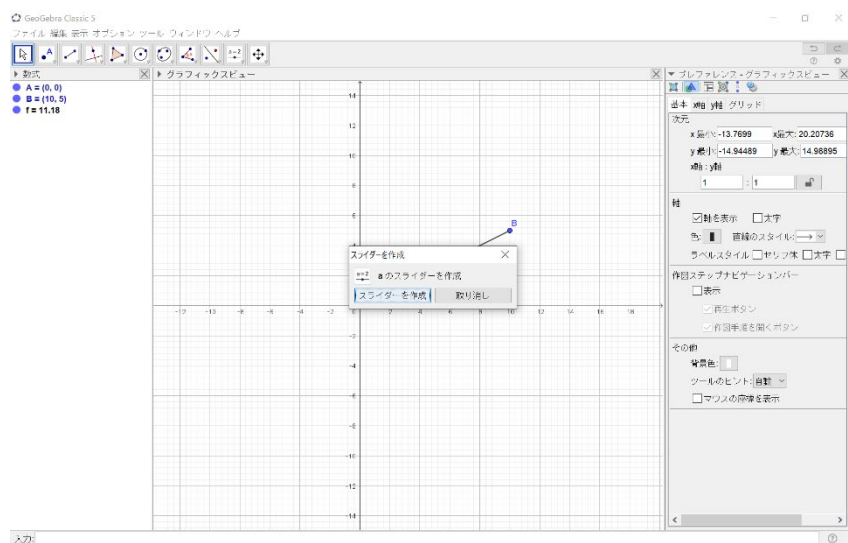


図 23 GeoGebra の使用例 7

→スライダーを動かして変数を変化できる。(変数の変域は変更可能)

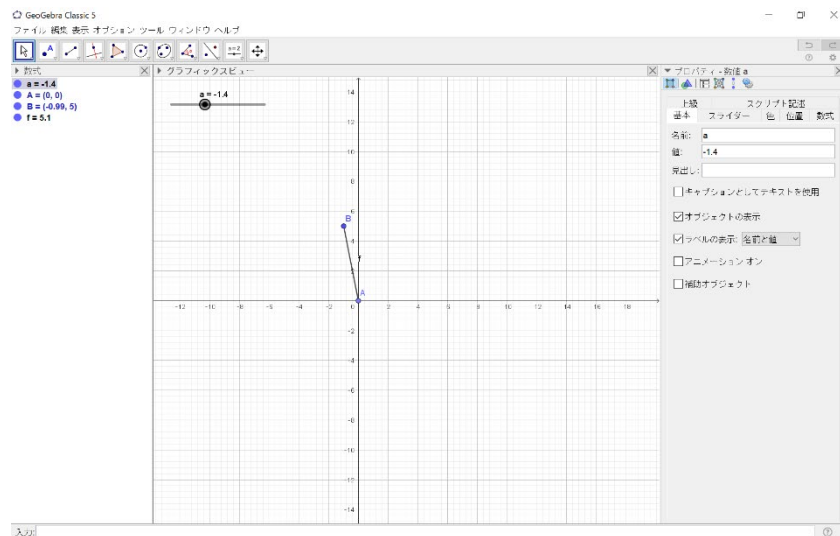


図 24 GeoGebra の使用例 8

GeoGebra での作図方法 3

三次元に変更する方法

表示の空間図形を選択する。後は操作方法 2 の定義の部分で (x,y,z) の順番で数値を入れればその座標に点が移動する。

新たに作成した多面体の GeoGebra でのシミュレーション

GeoGebra での作図方法 1,2,3 の方法で、新たに作成した多面体（図）の各点の座標を入力する。

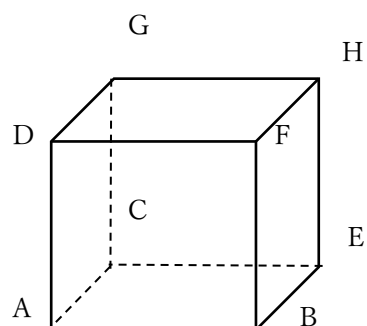


図 25 新たに作成した多面体の GeoGebra での座標

点 $A(0,0,0)$

$$\overrightarrow{AB} = (1,0,0)$$

$$\overrightarrow{AC} = (\cos(a), \sin(a), 0)$$

$$\overrightarrow{AD} = (\cos(c), (\cos(b) - \cos(a) \cos(c)) / \sin(a), \sqrt{1 - \cos^2(a) - \cos^2(b) - \cos^2(c) + 2\cos(a) \cos(b) \cos(c)} / \sin(a))$$

を入力

その他の座標は

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = (1,0,0) + (\cos(a), \sin(a), 0) = (1 + \cos(a), \sin(a), 0)$$

のように各点をベクトルの和で表すことができる。

実際の GeoGebra の画像

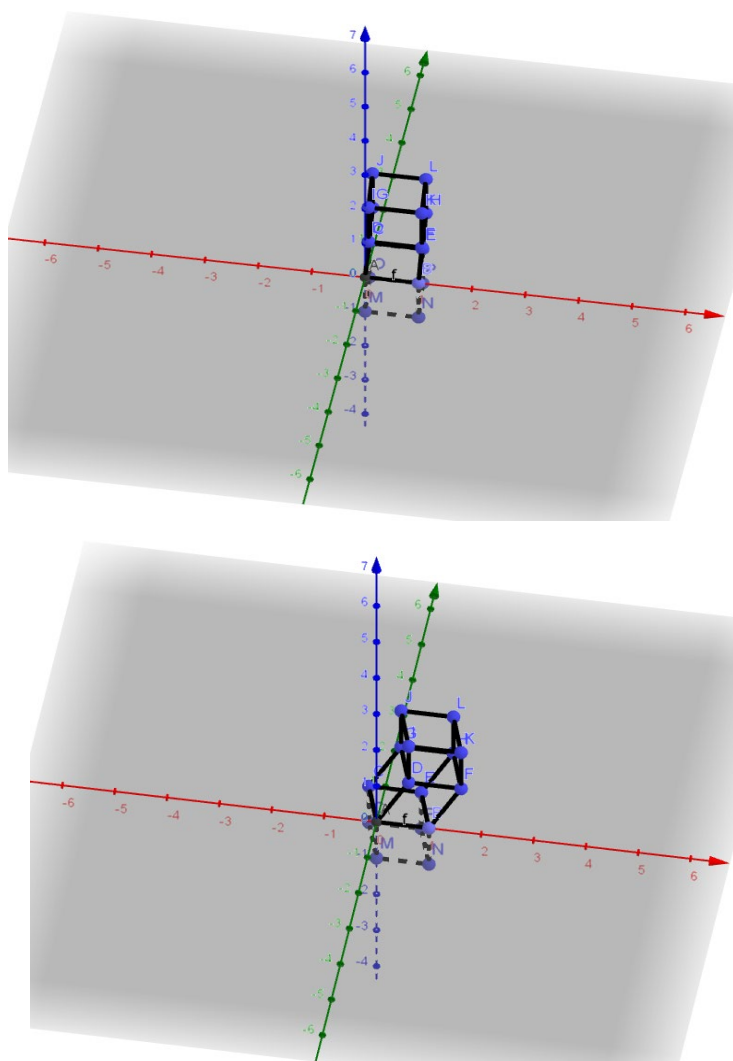


図 26 新たに作成した多面体の GeoGebra でのシミュレーション例

「Reconfigurable Materials」の多面体の GeoGebra でのシミュレーション

GeoGebra での作図方法 1,2,3 の方法で、「Reconfigurable Materials」の多面体の (図) の各点の座標を入力する

点 A (0,0.0)

$$\overrightarrow{AB} = (0.0.2)$$

$$\overrightarrow{AG} = (0, 2\cos(\alpha), 2\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AH} = (2, 2\cos(\alpha), 2\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AI} = (3 - \sqrt{3} \cos(\alpha), \sqrt{3} - \cos(\alpha), 2\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AJ} = (2 - \sqrt{3} \cos(\alpha), 2\sqrt{3} - \cos(\alpha), 2\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AK} = (-1 + \sqrt{3} \cos(\alpha), \sqrt{3} - \cos(\alpha), 2\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AL} = (\sqrt{3} \cos(\alpha), 2\sqrt{3} - \cos(\alpha), 2\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AM} = (-2 \sqrt{3} \tan(\alpha) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1}, (-2 \tan(\alpha)) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1}, 2 / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1})$$

$$\overrightarrow{AN} = (-2 \sqrt{3} \tan(\alpha) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1} - 1, (-2 \tan(\alpha)) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1} + \sqrt{3}, 2 / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1})$$

$$\overrightarrow{AO} = (-2 \sqrt{3} \tan(\alpha) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1}, (-2 \tan(\alpha)) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1} + 2\cos(\alpha), 2 / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1} + 2\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AP} = (-2 \sqrt{3} \tan(\alpha) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1}, (-2 \tan(\alpha)) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1} + 2\cos(\alpha), 2 / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1} + 2\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AQ} = (\sqrt{3} \cos(\alpha), \cos(\alpha), 4\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AR} = (\sqrt{3} \cos(\alpha) - 1, \cos(\alpha) + \sqrt{3}, 4\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AS} = (\sqrt{3} \cos(\alpha) - 2\sqrt{3} \tan(\alpha) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1}, \cos(\alpha) + (-2 \tan(\alpha)) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1}, 4\sin(\alpha) + 2 / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1})$$

$$\overrightarrow{AT} = (\sqrt{3} \cos(\alpha) - 1 - 2\sqrt{3} \tan(\alpha) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1}, \cos(\alpha) + \sqrt{3} + (-2 \tan(\alpha)) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1}, 4\sin(\alpha) + 2 / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1})$$

$$\overrightarrow{AU} = (2 + 2\sqrt{3} \tan(\alpha) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1}, (-2 \tan(\alpha)) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1}, 2 / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1})$$

$$\overrightarrow{AV} = (2 - \sqrt{3} \cos(\alpha), \cos(\alpha), 4\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AW} = (3 - \sqrt{3} \cos(\alpha), \sqrt{3} + \cos(\alpha), 4\sin(\alpha))$$

$$\overrightarrow{AZ} = (2 + 2\sqrt{3} \tan(\alpha) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1}, (-2 \tan(\alpha)) / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1} + 2\cos(\alpha), 2 / \sqrt{4\tan^2(\alpha) + 1} + 2\sin(\alpha))$$

以上の点を $\frac{2}{3}\pi$ 回転、 $\frac{4}{3}\pi$ 回転させ、すべての点を表すことができる。

実際の GeoGebra の画像

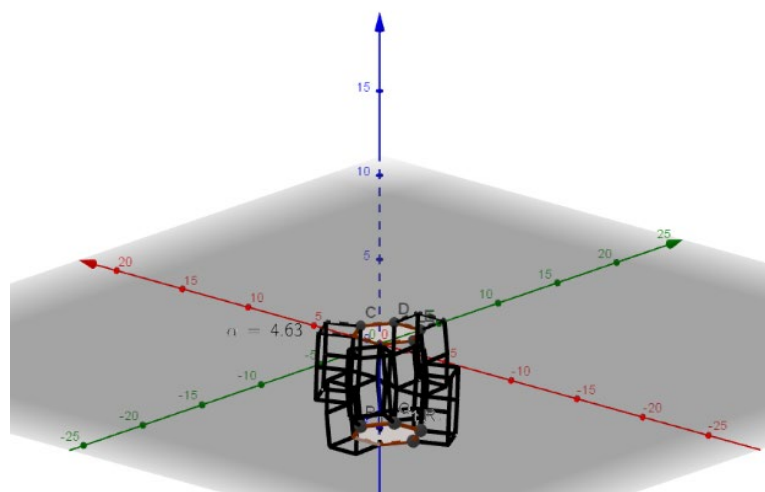
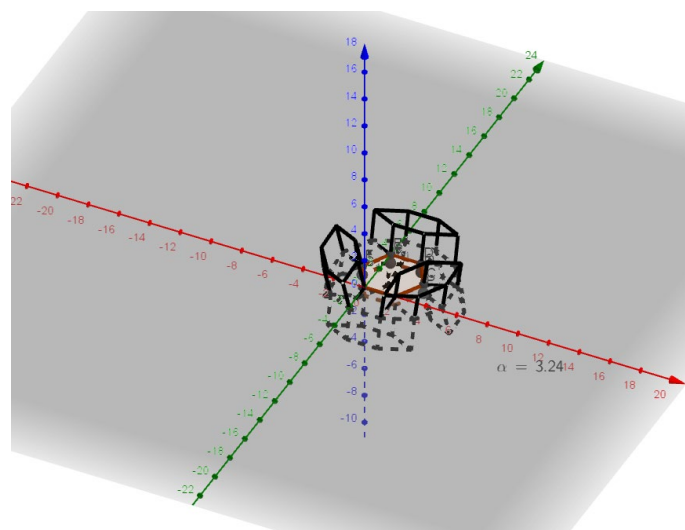


図 27 「Reconfigurable Materials」の多面体の
GeoGebra でのシミュレーション例

7 今後考えられる研究テーマ

今回の研究では、3次元の多面体を研究したので4次元以上の物体の動きの解析が考えられる。

今回3変数の多面体と、1変数の多面体の解析を行ったので、2変数の多面体を作成し、解析が考えられる。

参考文献

- 1) 「Reconfigurable Materials」: [Reconfigurable Materials - YouTube](#)/(参照 2023-1-20).

卒業研究報告書

廃校水族館の提案

先進科学系

山本 怜

指導教員

松田 修

令和 5 年 2 月 20 日

概要

SDG's の「質の高い教育をみんなに」、「海の豊かさを守ろう」、「安全な水とトイレを世界中に」という 3 つの目標達成を目的としつつ、岡山県の学力向上と廃校活用の 2 つの要素を組み込んだ津山水族館の案を考察した。学力上昇については近年小学校で義務化されたプログラミングを学べる場を設け、知的欲求を高めることにより児童生徒が自分から勉学に入りやすくする企画をした。廃校活用については岡山県北に存在する廃校をどのように活用すれば観光客を呼ぶことができるかを研究した。

Abstract. The concept of this aquarium is to achieve the SDG's goals and create a foundation for learning. The goal is to motivate students to learn through the programming experience. Utilizing abandoned schools, which are increasing in number every year, we planned an aquarium that would lead to an increase in the population of northern Okayama Prefecture as well as the reconstruction of the region. The aquarium plan includes robot building, aquarium, agriculture, and water quality testing. This project aims to collaborate with other tourist attractions in order to revitalize the entire northern Okayama region.

目次

1 研究の目的・動機	1
1.1 津山市の人口減少・それに伴うインフラ問題	1
1.2 岡山県の学力上昇	2
2 研究内容	2
2.1 児童生徒の学力を伸ばす方法	2
2.2 現存する廃校の問題点、廃校活用の利点	4
2.3 廃校を再活用した水族館の共通点	5
2.4 プログラミング教材の選定	6
2.5 津山水族館の概要の企画	7
2.5. (1) 外装	7
2.5. (2) 内装・ブース	8
3 県北地域の観光地との連携案	15
3.1 観光専用の巡回バス路線増設	15
3.2 県北の観光スポットを訪れた「勲章」の作成	15
4 考察	16
5 参考資料	16

1. 研究の目的・動機

本研究では「SDG's の目標を視野に入れた津山の新たな観光地となる水族館のデザイン」を目標に設定し、研究を行った。全 17 項目ある SDG's 目標の内、本研究では以下の 3 つの達成を目標にする。

- 4.質の高い教育をみんなに
- 6.安全な水とトイレを世界中に
- 11.住み続けられるまちづくりを

これらの目標に対して、「県北の廃校をリノベーションした津山水族館」を提示する。その理由を以下の 2 つに纏めた。

1.1 津山市の人口減少・それに伴うインフラ問題

現在、津山市は少子高齢化が大きな課題となっている。1995 年以前は増加傾向になっていたが、1995 年以降は徐々に減少している。[1]

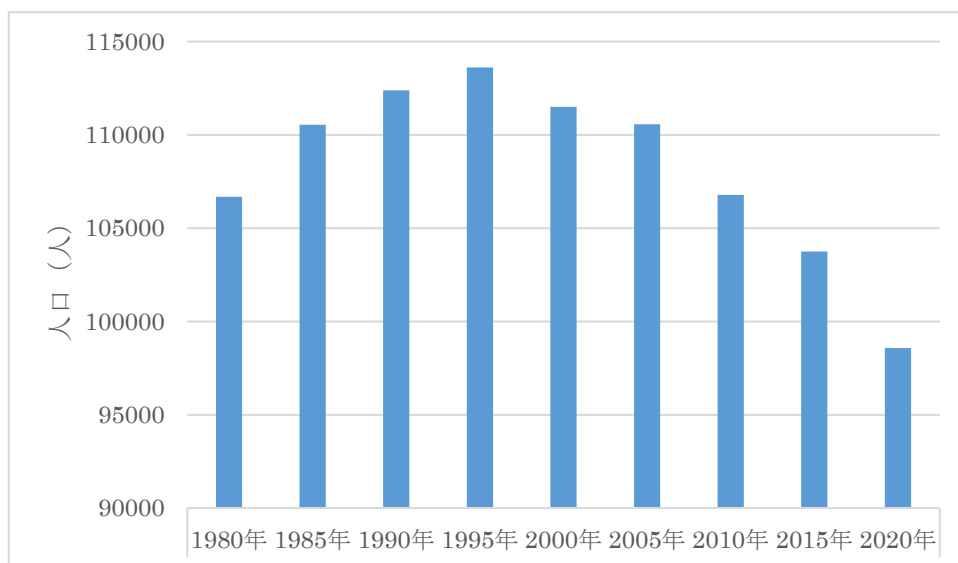


図1 津山市の人口推移

それに伴い津山市、特に津山駅周辺にはシャッターを下した状態の店舗が目立つようになった。またバスや汽車などの交通機関の本数も少なくインフラ面も決して良いとは言えない。そのため「地域を活性化させる」、「インフラを改善する」という問題を解決するため津山市に新たな観光名所を造り、岡山の県南や県外から観客を呼び込むことが重要だと考えた。

1.2 岡山県の学力上昇

2 つめの理由は、岡山県の児童生徒の学力を上昇させるためである。全国学力状況調査によると、2021 年の岡山県は国語・算数（数学）の点数平均の順位が小学生は 15 位タイ、中学生は 16 位タイとなっていて、全国平均とほぼ同じであった。そのためこの研究では学力状況調査の順位を上げることを目的として成績上位県の特徴・取り組みを調べ、その結果を水族館に応用する方法を考察した。

2. 研究内容

この研究を進めるに当たり、下記の 4 つのポイントに沿って行った。それぞれの項目について次節以降で説明する。

- 1 児童生徒の学力を伸ばす方法
- 2 現存する廃校の問題点、廃校活用の利点
- 3 廃校を再活用した水族館の共通点
- 4 津山水族館の概要の企画、考察

2.1 児童生徒の学力を伸ばす方法

初めに、全国学力状況調査において過去 6 年間で上位に入っている都道府県を調査した。その結果を表 1～4 にまとめた。 [2]

小学国語	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
1 位	秋田	秋田	秋田	実施無し	秋田、石川	秋田
2 位	石川	石川	石川、福井		青森、福井	石川
3 位	福井、富山、他 2 県	福井	青森		東京、京都	東京、福井

表 1 過去 6 年間の小学生国語 A・B の平均正答率の順位

小学算数	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
1 位	石川	石川	石川	実施無し	東京、石川	石川
2 位	秋田	秋田	秋田、東京		富山、福井、京都	東京、福井
3 位	福井	東京	富山、福井		秋田、愛媛	秋田、富山、高知

表 2 過去 6 年間の小学生算数 A・B の平均正答率の順位

中学国語	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
1 位	秋田、石川、福井	秋田	秋田	実施無し	石川	秋田、石川
2 位	富山	石川	石川、福井		秋田	福井
3 位	群馬、東京、他 7 県	福井	富山		東京、福井	徳島

表 3 過去 6 年間の中学生国語 A・B の平均正答率の順位

中学数学	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
1 位	福井	福井	福井	実施無し	石川	石川
2 位	石川	石川	秋田、富山、石川		福井	福井
3 位	秋田	秋田、富山	東京、静岡、他 3 県		秋田、東京	富山、徳島、香川

表 4 過去 6 年間の中学生数学 A・B の平均正答率の順位

この結果、学力調査を実施していない 2020 年度以外どのテストでも秋田、石川、福井など特定の県の児童生徒が高得点をとっていることが分かった。東京は学校や生徒学生の人口が多く、その分塾や家庭教師を利用するケースが他道府県より多いことが考えられる。しかし秋田、石川、福井は東京と比べ人口が少なく塾利用者の割合も少ないが東京よりも高い順位に位置している。これらの県の学力が高い理由を調査した。

特に秋田県では学校で「探求型授業」が用いられている。〔3〕探求型授業とは、自ら見つけた問や課題を情報収集や整理、他者との協同、議論を通して独自の答えを導き出すための学習方法である。自ら問題点と解決方法を探るため思考力・判断力・決断力・表現力・言語力を養うことができるとされている。秋田県はこの探求型授業を国語や算数・数学などの授業で行っている。導入した結果、学力状況調査の児童質問紙にて以下のことが分かった。

〔4〕

児童質問紙の質問	秋田	全国
家で自分で計画を立てて勉強をしているか	52.40%	31.20%
5 年生までに受けた授業では、課題の解決に向けて自分で考え、自分から取り組んでいたか	40.90%	30.30%
学習した内容について、分かった点や、よく分からなかった点を見直し、次の学習につなげることができているか	46.20%	32.60%
5 年生までに受けた授業は自分に合った教え方、教材、学習時間になっていたか	53.30%	39.50%

表 5 令和 3 年度全国学力状況調査 児童質問紙の回答

このように秋田県の多くの児童・生徒は全国と比べ自分で考え実行する自主性が高いことが分かった。同時にこの学習方法は児童生徒から好評だったことが分かった。

また、秋田県とともに児童生徒同士が対話をしながら課題に対して試行錯誤し説明を進めていく「対話型授業」〔5〕に取り組んでいる石川県、福井県ではテストでの無回答率が低い〔6〕という共通点があった。

	全国	秋田	石川	福井
正答率（小学国語）（％）	61.42	70.79	69.89	69.05
正答率（小学算数）（％）	63.14	66.45	68.61	66.54
正答率（中学国語）（％）	68.99	72.5	73.41	72.33
正答率（中学数学）（％）	51.41	54.38	57.69	56.13
無回答率（小学国語）（％）	5.7	2.26	2.57	2.89
無回答率（小学算数）（％）	3.49	1.48	1.71	1.64
無回答率（中学国語）（％）	4.26	2.17	3.33	2.67
無回答率（中学数学）（％）	10.76	6.72	8.28	7.6

表 6 令和 4 年度全国学力状況調査 正答率と無回答率の全国と成績上位県の比較

この結果は「探求型授業」「対話型授業」を通してただ正解を求めるのではなく、難易度の高い課題に対して自ら考え、グループや学級で話し合いながら試行錯誤を繰り返しつつ解決に迫る練習をしているため、無回答率の低さというポイントに影響していると考察した。

以上より、教育において「探求型授業」を用いることで論理的な思考を育てつつ児童生徒に自習を促し勉強意欲を高めることができることが分かった。

2.2 現存する廃校の問題点、廃校活用の利点

現在、岡山県を含めた日本全国で人口減少や過疎化により廃校数は増えている。文部科学省によると 2020 年度に廃校になった校舎数は 335 校で小学校 227 校、中学校 73 校、高等学校 35 校が増えている。また 2020 年までの累計の廃校数は 8580 校で、小学校 5678 校、中学校 1721 校、高等学校 1181 校となっている。このうち学校施設が現存している廃校数は 7398 校に上り、そのうち 1971 校（25.9％）が活用されずに放置されている。活用されている廃校数は 5481 校（74.1％）で、公立の小中学校、高等学校、大学以外の学校として再活用されているケースが多い。また一つの廃校を複数の施設として活用するケースも多く、社会体育施設、社会教育施設や文化施設、或いは福祉施設や医療施設などにも活用されている。さらに企業や法人などの施設や創業支援施設としての利用、庁舎等や体験交流施設、備蓄倉庫等に再利用されているケースも多い。〔7〕

一方活用されていない廃校 1971 校のうち、活用用途が決定しているのは 278 校にとどまっていて、用途が決まっていない廃校は 1424 校、取り壊し予定の廃校は 215 校となっている。

る。廃校再活用のケースが少ない理由は以下の5つが原因であることが分かった。

- ・地域からの要望がない
- ・施設自体の老朽化が激しい
- ・立地条件が悪い
- ・財源確保ができない
- ・廃校際活用の公募を行っている自治体が少数

特に老朽化と地域からの要望がないことが多数を占めていた。[8]

2.3 人気水族館、廃校を再活用した水族館の共通点

そこで全国の成功した廃校活用例の中で水族館を中心に調査し、どのような取り組みをすることで成功したのかを考察した。

I 高知県 むろと廃校水族館

高知県室戸市の旧椎名小学校を再活用した水族館である。学校の形を残しつつ水族館の要素を取り入れた外観をしている。この水族館の特徴は生物の展示方法である。プールや跳び箱等小学校にある様々なものを利用し水生生物の飼育・展示をしている。水族館のある室戸市はあまり便利な立地ではなく過疎化が進んでいるが、室戸市は廃校を活用する個人や団体を公募した。その結果、特定非営利団体（NPO）「日本ウミガメ協議会」が運営管理することになった。経営者やスタッフがすべて県外出身者なので、スタッフたちの目線で室戸の良さを利用しつつ来館者に伝えていくことを目標にしている。

また室戸のご当地グルメをまとめたマップを配布するなど水族館と地域をセットで楽しむための工夫がされている。外からの目線+地域の良さを引き出すということに力を入れていることが分かった。[9]

II 兵庫県 みなとやま水族館

兵庫県神戸市の旧湊山小学校を改築した「環境教育施設」。理科室などの造りをそのまま水生生物の展示に使用している。また校庭にため池を造り、泳いでいる魚を釣ることができる。そして釣った魚を施設内のフードコートで調理してもらうことができる。「つながる、育つ、広がる」「自然の恵をいただく」「自然と暮らしを学びなおす」等6種類のアクションを大切にしていって、これらを来館者や地域住民と取り組むことを目的としている。[10]

これらの施設では地域と協力してより良い施設へなるように取り組みをしていることが分かった。また体験型のブースを作ることで来場者の興味を惹かせることができていると考察した。また、全国の水族館の年間来場者数は3千万人ほどだが、大人と子供の割合は大人7:子供3となり各段に大人の利用者数が多いことが分かった[11]。このことより現在企画している水族館は子供をターゲットにした「学習型水族館」だが、大人の客層も意識した魅力を作っていかなければならない。

2.4 プログラミング教材の選定

この水族館のコンセプトの一つに「体験しながら学ぶ」というものがある。研究内容の1で述べたように体験など自分で考えて行動することは理論的な思考を育成でき、探求心を伸ばすことができるためである。そのため、プログラミング教材の中でもただ言語を書いていくだけではなく、実際に物を動かしながら試行錯誤できる教材を調査した。

A. Scratch(スクラッチ)

Scratch とは、200 箇所以上の国と地域で使用されている子供向けのプログラミング教材である。マウスやタッチ操作でブロックをつなげる「ビジュアルプログラミング言語」を使用していて、初めてプログラミングを使用する子供たちにも扱いやすいものになっている。図 1 のように並んでいるブロックを組むことで図 2 に映るキャラクターを自由に動かすことができる。[12]

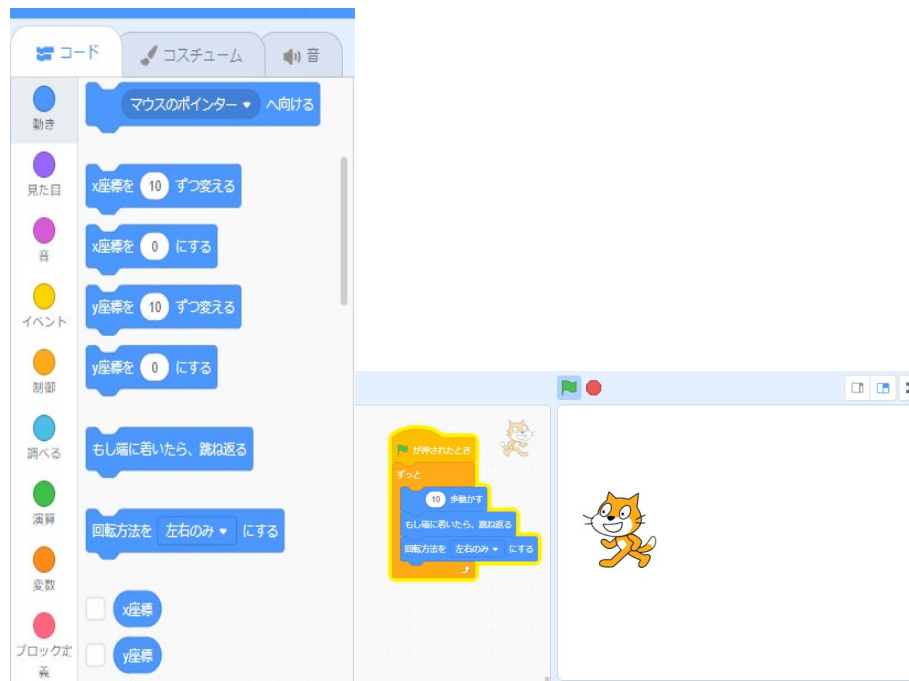


図 1 (左)、2 (右) Scratch のブロックとプログラミングの様子

B. LEGO マインドストーム

次に LEGO マインドストームについてまとめた。調べた理由はプログラミング教材を探していた際、この教材を体験する機会を得たためである。

マインドストームは LEGO 社とマサチューセッツ工科大学が共同で開発したプログラミング教材である。ブロック遊びの延長の感覚でロボットを組み立て、コマンドを並べるだけでプログラミングの基本が身につく。子供一人でも簡単に組み立てられるが、OS やドライバーといったハードウェア側のプログラムを作ることも可能な仕組みになっている。プログラミングをパソコンではなく同封されているパネルをタッチして行うため直感的にプロ

グラムを組むことができた。しかしマインドストームは目的としている動作を実現するための可動域及び可動部分の動作の種類が不足していたため、より自由度が高い他の教材も調査した。



図3 マインドストーム

C. アーテックロボ

アーテックロボは学校教材メーカーのアーテック株式会社が開発したプログラミングロボットキットである。ブロック遊び感覚で自由にロボットを作りマウス操作でプログラミングをすることで自分だけのオリジナルロボットを作るキットである。上記のマインドストームと類似しているが、アーテックロボは斜め方向を含めた全方向にブロックをつなぐことができるため自由度が高く、限られたブロックの種類でも様々な形に組み上げることができる。またプログラミングは Scratch の様なビジュアルプログラミングなのでより細かい動きを設定できる。[13]

上記の A～C で自分が調査・体験して感じた難易度は $A < C < B$ だった。その理由として Scratch はパソコンのみで完結するため難易度は一番低いが自分の手で作り出す感覚や達成感が他 2 つより少ないと感じた。逆にマインドストームはプログラミングの難易度は易しいがブロックの種類の多さと動きの少なさが難易度を上げていた。アーテックロボはプログラミングの難易度が低く、ブロックの組み立ての自由度も高いため体験教室で使いやすいと感じた。当水族館ではこれらの教材を月替わりで体験できる仕組みにし、その教材に見合った難易度の体験内容を準備する。

2.5 津山水族館の概要の企画、考察

2.5.1 外観

外観は廃校を再利用するため既存の学校の枠組みを使用し、大人の来館者が懐かしさを感じられるようにする。また、仕切りをいくつか撤去することで広々とした区間を意識する。以下に当水族館の図面を載せるがあくまで一例であり、教室の広さを $7 \times 9\text{m}$ 、廊下の幅を

1.8m とした。これは国で決められた規格および全国的に使用されている規格を採用したためである。プログラミング体験ブース、アクアリウムブース、理科室、家庭科室の広さはほとんど同じ設計にしている。また記載していない部屋はバックヤードや倉庫、管理室等となっている。なお、実際は施工する校舎の教室を踏襲する。

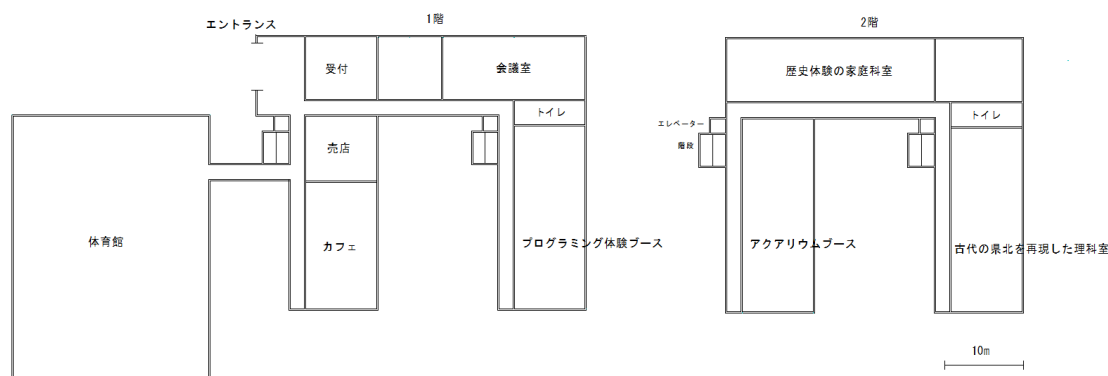


図4 仮校舎を利用した水族館の館内図

2.5.2 内容（展示物・ブース）

・プログラミング教室

小学生、中学生をターゲットにしたブース。プログラミングの土台となる感覚を養いつつ、試行錯誤しながら学習できる場を作ることによって知的欲求を高めることが目的。小・中学校でプログラミングが義務化されたことを受け、「プログラミングの知識を深める」よりも「楽しみつつプログラミングの感覚をつかむ」ことを目指す。プログラミング教材を使用するが、1 から C 言語等を使用してプログラミングしていくものではなくドラッグ&ドロップで命令を組んでいく「オブジェクト型教材」を使用する。教室入って右側は津山高専のロボット技術研究部で作成されたロボットの展示を行う。様々な機能を搭載したロボットを間近で観察することによって、ロボットに関わらずものづくりに興味を持ってもらうことが目的である。

教室の広さは3つの教室の仕切りとなる壁を取り除いた形になるため、約24m×9mほどになる。長机を採用した理由は児童生徒が互いに質問し合い、自身だけでは出てこなかった新たなアイデアを持ってもらうためである。また教師がそのサポートに周り、作品造りのサポートを行うことでスムーズに体験を進めることができるようにする。教師は募集をかけて採用する。プログラミングに必要な資格は特に必要なく、コミュニケーション能力が高く、指導経験や対人折衝経験を持った人物を採用する。[14]

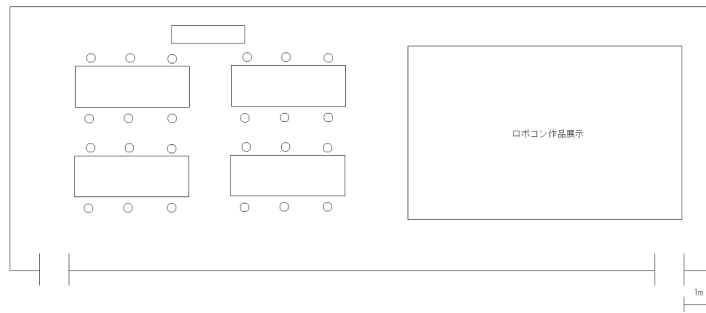


図5 プログラミング体験教室の見取り図

・アクアリウムブース 「スケッチアクアリウム」

魚の塗り絵をスキャンすると、プロジェクションマッピングで表示された水中を模した映像の中で自分達が描いた魚の絵が泳ぎだす仕組みを用意し、実際に水中にいるような体験ができるブース。スクリーンに映した魚に触れると魚がアクションをする仕組みにする。また、泳いでいる魚をタッチで捕まえるミニゲームも企画する。このようにアクション性をつけることで、視覚のみではなく聴覚や触覚でも楽しめる仕組みにする。また他人の描いた作品も表示されるため、他者の作品から新しいインスピレーションを得ることができる他、様々な作品とのコラボレーションを楽しめるようにする。未就学児も楽しめる仕組みをイメージして企画した。例としてはチームラボ株式会社が作った作品「スケッチオーシャン」[15]が構想に一番近い。図3はプログラミングソフト「Scratch」で作成したイメージ図である。

教室はプログラミング教室とほぼ同じ大きさを想定している。壁には投影用のスクリーンを設置する。背もたれがないソファをいくつか設置し360°どの方向からでもアクアリウムを楽しめるようにする。また照明は机とスキャン装置のみで必要最低限にするが、映像に没頭できるかつトイレや緊急時の避難での観客の移動を安全にするためフットライトを用い映画館等で使用される照度の規格0.2ルクス以上に調整する[16]。



図6 (左側) スケッチアクアリウムのイメージ、図7 (右側) アクアリウムブースの見取り図

・古代の県北を再現した理科室

今から1500万年以上前、津山市を含む岡山県北は温暖な浅瀬が広がっていたとされている。そのため「ビカリア（巻貝）」や「パレオパラドキシア（海生哺乳類）」などの海生生

物の化石が見つかった。[17] このブースでは、試験管やビーカーなどがおいてある実際の理科室に古代生物の標本や骨格等を置き、当時の環境を再現した映像をプロジェクションマッピングで壁に映し出すことで、理科室の懐かしさと古代生物・環境の新しい発見を同時に楽しめるようにする。

部屋の広さはプログラム体験教室と同じで、教卓と実験テーブルを設置。それらの机の上や横に試験管やビーカー等実験で使用する道具と、生物の模型を設置する。この際、観光客との接触で事故が起きないように実験道具や標本等は机や床に固定する。さらに壁と机や机同士の間隔を狭めすぎないようにし、観光客が見て回る十分な広さを確保する。壁は上記のアクアリウムとは違いスクリーンを使用せず壁にそのまま映像を流す。これは映像よりも生物の標本に注目してほしいためである。映像もあくまで古代の風景を再現したもので、標本の背景として流す。

骨格標本の展示は、机の上では展示できない1.5m以上の水生生物の骨格標本を展示する。鮫や鯨、海生哺乳類等の岡山県北で発掘されている生物の骨格模型を展示する。それぞれの展示には説明パネルを造り、どれがどの生物か分かりやすく展示する。

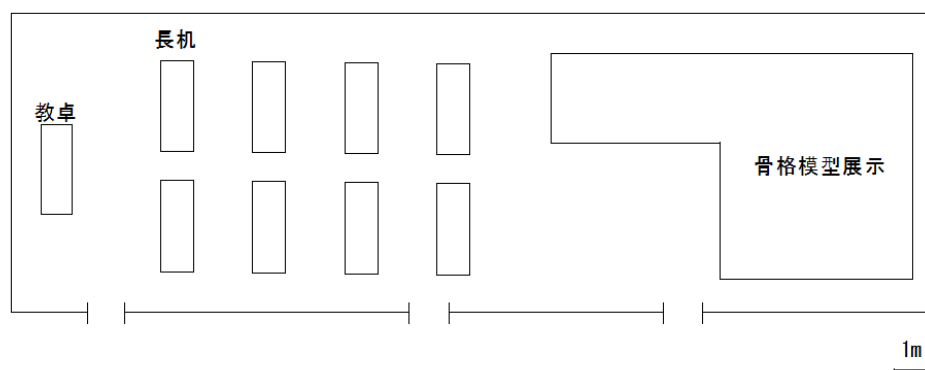


図8 理科室の見取り図

・歴史体験の家庭科室

県北には津山箔合紙や樫西和紙といった和紙、きれいな水を使用した名産品など水に関する様々な歴史・文化が存在する。このブースは県北の文化及びその現状を周知してもらうことが目的である。県北の文化の中には高齢化や後継者といった様々な問題に悩まされているものもある。そこでこのような文化を体験することで新たな文化の発見と問題の解消につながるような場所を企画する。このブースでは体験できる内容が曜日ごとに変わり、観光客に飽きを感じさせず何度も訪れてもらう仕組みにする。体験ができる内容は、和紙の紙漉き体験や陶器作成体験、県北の郷土料理教室等である。どの曜日に何の体験教室を開いているかといった情報は本水族館のHPやTwitter、InstagramなどのSNSに記載し、観光客に分かりやすいようにする。

この教室はどの体験内容にも対応できるように机と椅子は畳むことができる物を使用し、火を使う際はカセットコンロを使用する。シンクは水を使用しない体験教室で邪魔にならない壁際に設置する。またこの教室は内容によって火を使う場合があるため、消火器をシンクの間に設置しておく。本来は下記の図9のように机と椅子を設置していない。家庭科室の奥（図9の右壁側）に倉庫を造り、そこに机、椅子、カセットコンロ等体験教室に必要な物

を収納する。

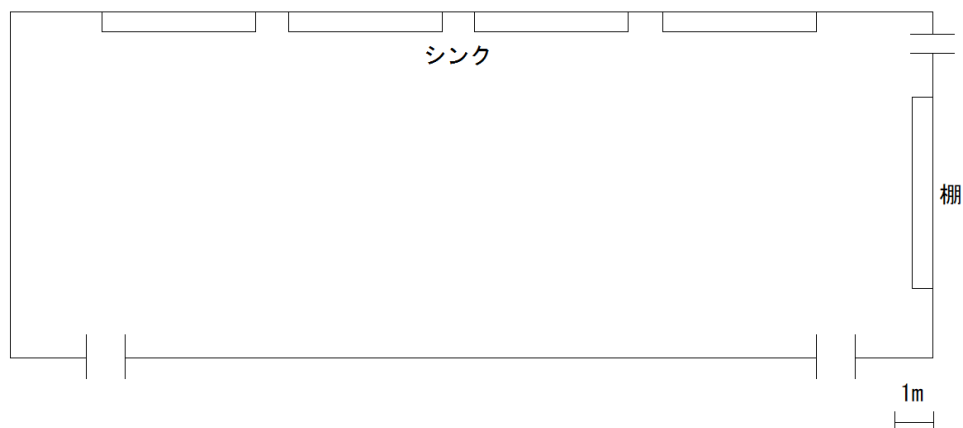


図9 家庭科室の見取り図

・売店

T シャツやマグカップといった日常で使うことができる水族館オリジナルデザインのグッズを主に販売する。また館内で撮影した写真のデータをスタッフに渡すことで、オリジナルのフォトプレートにすることができるサービスを行う。

しかしここでは県北の名産品等はあまり販売しない。理由は観光客にこの水族館のみを目的として観光してほしいためである。あくまでこの水族館は県北の魅力を伝える発信拠点として企画しているので本水族館のみ観光してすぐ帰るのであればこの企画の意味が無くなる。そのため「せっかく来たのであれば、他の所にも行ってみよう」と思わせることを目標にした。

以上の理由から県北の名産品をこの売店で販売するのではなく、当水族館ならではのグッズ販売のみを行う。また県北の観光スポットをまとめた地図を無料配布する。この地図にはどこに行けばどのような風景・体験・名産品が楽しめるかといった情報やスタッフがその場所をおすすめする理由、目的地までの詳しい道のり、移動時間等詳細な説明を載せる。特にスタッフや地元の人々のおすすめスポット紹介は初めて県北を訪れる観光客の方がより多くの観光名所を巡るための手助けになるためである。

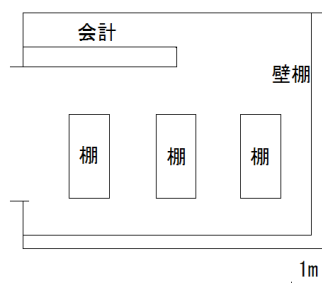


図10 売店の見取り図

・県北の幸を味わえるカフェ

ここは県内の名産品や当水族館で栽培した野菜等の作物を使用したグルメを楽しめるブースにする。メニューはサンドウィッチやコーヒー等気軽に食べられるものにする。館内での喫食はカフェ内のみ可能だが、ドリンクはアルコール飲料を除き場所の制限をとっていない。そのためここで提供する飲料類は零れにくい様に全て紙製の蓋つきカップで提供する。さらに後に記述するが宿泊をする際は朝と夜のみレストランとして営業する仕組みにするので宿泊者限定になるがディナーや定食を食べることができるようにする。

アルコール類は宿泊者に夜の時間帯のみ、「県北の地酒飲み比べセット」のような少量を嗜む程度のメニューを提供する。理由は宿泊客の悪酔いによるトラブルを防ぐため、気に入った地酒を翌日その酒蔵まで足を運んで購入してもらうためである。

カフェの広さは 14×9m ほどで、窓側から屋根付きのテラス席へとつながる設計にする。食料を保存する倉庫は後に記述する体育館の倉庫を使用する。内装は木を基調とした落ち着いたデザインにし、適所に観賞植物を設置する。本水族館が営業している間はカフェとして営業し、宿泊者がいる場合のみ朝と夜はレストランとして営業する。

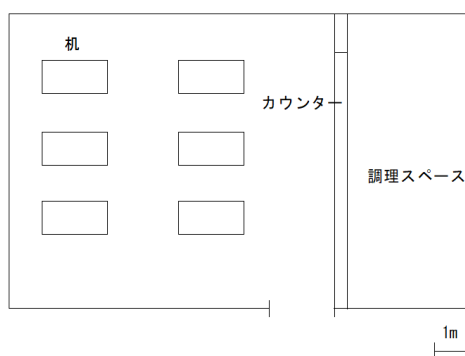


図 11 カフェの見取り図

・県北の自然を間近に観察できるビオトーププール

県北の自然を間近で観察し、生態系や自然の美しさを体験してもらうことが目的のブース。プールに土を敷き、植物を植え、池を造ることで自然の河川に近い環境を作る。池にはウグイやアブラハヤといった数種類の川魚を放流し飼育する。観客はプールサイドまで近づくことができ、間近で泳いでいる魚の観察や給餌をすることができる仕組みにする。

本来廃プールを再利用する際、プールにひびや経年劣化があるとその復旧作業に多くの時間・資金を使うが、この企画では土や砂利を敷き詰めるため、比較的容易に水漏れを防ぐことができる。水質維持についてはタニシを放流する、水草を入れる、枯れた水草はすぐに除去するといった対策をとる。池の水深は 50～60 cm で深い場所でも 1m ほどで設計する。水質の管理や観光客への案内、非常時の対応のため担当の職員が 1、2 人常駐する。



図 12 ビオトーププールの見取り図

・グラウンド畑

このグラウンドでは水族館用耕地を企画していて、カフェで使用する作物を栽培する。作物は根菜や葉茎菜、豆などの野菜やパセリ、バジル等ハーブ類を季節ごとに常時 20 種類ほど栽培する。また果物を採取するため果樹園も作り 2、3 種の果実を採取可能にする。この畑の一部は観光客が入ることができる状態にし、希望があれば採取体験できるようにする。その際スコップや軍手、長靴等は本水族館が貸し出す。観光客は自分で採取した作物を持ち帰ることができるが、カフェのスタッフに持っていくと通常のメニューにはない裏メニューを提供する仕組みにする。

畑の大きさは平均的な大きさの畝（幅 60～80 cm、長さ 10～15m ほど）が 50～60 本ほど入る広さにする。ハーブ類はプランターに栽培する。グラウンドの水はけが悪い場合は暗渠排水を行う。暗渠とは地下に埋設した水路のことで、この暗渠を利用し水はけをよくする。コンクリートの排水路と地表の水を浸透させる地中管を設置する仕組みになっているが、中には「マックスドレーン」[18] というメッシュ状の特殊割繊維を 2 枚重ねた暗渠もある。砂の流入を防ぎながら目詰まりの原因となる物質は流出させることで高い水はけ効果を長時間持続させることができる。またシンプルかつ軽量なため運搬や施工が非常に簡単である。そのため、暗渠排水工事が必要な場合はこの「マックスドレーン」を使用する。

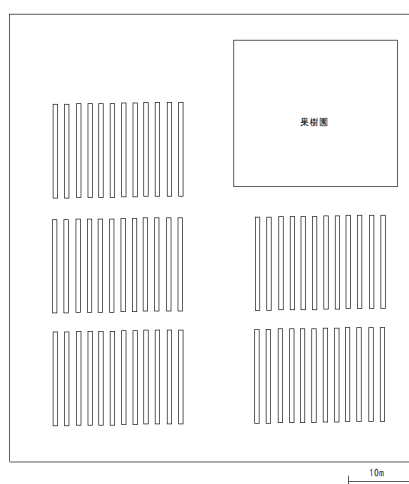


図 13 グラウンド

・宿泊できる体育館

完全予約制の宿泊施設。体育館の高い天井を活かして2～3層構造にし、組み立て式の部屋を各階12部屋ほど用意する。部屋はプレハブのように組み立て・解体が可能な仕組みの物を使用する。理由はこの体育館が災害時や非常時に避難場所として利用することを想定しているためである。避難した人が多数いると個室があった場合体育館を利用できないため、組み立てや解体が可能な部屋を使用する。ベッドは頑丈かつ非常時のためにストックしやすい段ボールベッドを使用する。部屋は1～3人まで宿泊でき、空調は完備する。お風呂・トイレは共同のものを体育館の外に設置する。また避難場所として利用する際に仕様する備品を保管する倉庫を造り、保存食、ライト、電池、毛布等を保管しておく。

体育館の外壁は断熱仕様にし、季節問わず安定した温度を保ようにする。屋根の断熱方法として、外断熱工法〔19〕を利用する。外断熱工法とは既存の屋根に断熱材、その上に防水シートを敷き詰める工法である。断熱材で屋根を覆うため暑さ・寒さを低減することができるに加え、雨音が室内に響きにくくなる。

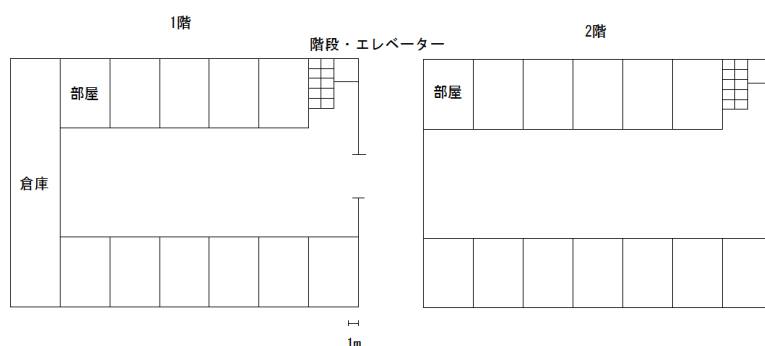


図14 体育館の見取り図

・実験できる水質検査場

水道や近くの川、生活排水などから採った水試料を自分の手で成分分析できる化学体験ブース。水質の分析体験を通して体験者に水資源の大切さについて知ってもらうことが目的である。このブースで体験できることは生物化学的酸素要求量（BOD）や化学的酸素要求量（COD）を測定し、水資料の汚染度を調べることである。

BODとは、微生物が5日間で酸化分解する際に使用する酸素量から水試料中の汚染度を調べる操作法である。方法は微生物を入れた水試料の酸素濃度を計測し、その試料内で植物プランクトンが光合成しないように密閉・遮光した状態で20℃、5日間放置する。5日後に試料の酸素量を再び計測し、減った酸素量から試料の汚染度を測定する。対してCODとは、試料に酸化剤を加えて加熱し、消費した酸化剤の酸素量から計算して汚染度を導出する方法である。このCODの中には安全で操作時間が短い分解できない物質がある酸性高温過マンガン酸法（CODMn）と、ほとんどの物質を分解できるがニクロム酸塩、硫酸水銀といった有毒な物質を使用するニクロム酸法（CODCr）が存在する。このブースではより安全な酸性高温過マンガン酸法を使用する。〔20〕

ブースは校舎とは繋がっておらず、一度外に出ないとブースに入ることができない場所に建設する。理由は測定に様々な試薬を使用するためである。使用する試薬の中には人体に危害を加える物質もあり事故に繋がる可能性もあるため、当水族館利用者が誤って入らないように使用時以外は鍵掛を徹底する。また試薬はガラス扉付き試薬棚に収納し、徹底した安全管理を行う。

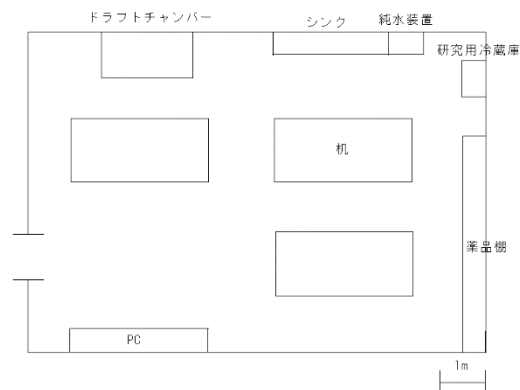


図 15 水質検査場の見取り図

3. 県北地域の観光地との連携案

「1. 研究の動機」で供述したが、この施設は学びの場であると同時に津山の人口増加につながる新たな観光地となる水族館を目標に企画している。これは企画している水族館のみでなく県北全体に観光客が足を運ばないと目標を達成しているとは言えない。そのため県北の観光施設及びこの水族館と関係の深い施設との連携が必要だと考える。その連携案として以下の2点を企画する。

3.1 観光専用の巡回バス路線増設

岡山県北は山道や陰しい道が多い他、バスや汽車といった公共交通機関の本数が少ないため観光客にとって不便だと感じた。そのため津山駅を始発とした岡山県北各地の観光スポットをめぐる巡回バスを増設することで県北各地へ観光客が分散することができると考えた。バスの順路は津山駅と県北各市の市役所を拠点とし、そこから各地域の観光スポットへ専用のバスで移動する仕組みにする。バスの本数は30分に1本程度にする。運賃は発生するが、バスで各地のスポットに訪れた場合は切符を見せることでその施設での入場料金が割引される仕組みにする。

3.2 県北の観光スポットを訪れた「勲章」の作成

スタンプラリーの様に目に見える形で記録を残すことができ、一定数記録が溜まるごとに観光スポットでの料金が割引される割引券を配布する仕組みにする。スターティアラボ株式会社の調査によると観光客にとって「無料で参加できたから」、「観光や街歩きも兼ねていたから」などがスタンプラリーに参加する大きな理由となっていた。さらに景品目当てで参加する観光客は少ないことも分かった。[21] そのため景品は特産品などではなく割引券など観光先で使用できるものを採用する。スタンプの代わりに集める勲章は岡山県北の各観光スポットで配布する缶バッジである。その観光スポット特有のデザインにする。缶バッジにする理由は安価で企画ごとに容易にデザインを変更でき、コレクション性を持たせることができるのでリピーターやコレクターの層を増やすことができるためである。また観光客が何人訪れたか等の集客状況が可視化されやすくなるため、今後の県北の地域興し

での重要な情報になる。

図 16 の缶バッジのデザインはロゴなどのイメージイラストを作成できるサイト「Canva」で作成した [22]。津山水族館のロゴは水族館と津山高専の融合をモチーフにした。このように県北の観光名所それぞれをモチーフにしたロゴを考案し、缶バッジを作成する。



図 16 津山廃校水族館のロゴイメージ

4. 考察

この研究では、「SDG's の目標を視野に入れた津山の新たな観光地となる水族館のデザイン」を目的とし、津山市を中心とした県北の人口増加を見込めるような案を日本各地で行われている企業や団体の取り組みを参考に作成した。これらの案を調べていく内に廃校を用いた地域興し事業が年々増加していた。また今回目標に設定した SDG's の中で特に重点的に考察したのは、「質の高い教育をみんなに」という項目である。そのため体験が強みの水族館と、勉強に適した環境及び成人した人にとって懐かしさを感じられるような学校を組み合わせた施設を考案した。もちろん今回提案している体験内容だけでは飽きが来ってしまうため、定期的に地域の方々と会議をしながら常にリニューアルの企画、実施をしていく必要がある。それも含めて地域興しなのだと考えている。

5. 参考文献

[1] 岡山県津山市の人口推移：

<https://population-transition.com/population-1489/#j1> （参照 2023-1-17）

[2] 【2017 年度全国学力テスト】都道府県別・政令市別結果、問題と解答を掲載しています：

https://www.47news.jp/culture/education/gakuryoku_2017 （参照 2023-1-17）

【2018 年度全国学力テスト】都道府県別・政令市別結果、問題と解答を掲載しています：

https://www.47news.jp/culture/education/gakuryoku_2018 （参照 2023-1-17）

【2019 年度全国学力テスト】問題と解答を掲載しています：

https://www.47news.jp/culture/education/gakuryoku_2019 （参照 2023-1-17）

【2021 年度全国学力テスト】問題と解答を掲載しています：

https://www.47news.jp/culture/education/gakuryoku_2021 （参照 2023-1-17）

【2022 年度全国学力テスト】問題と解答を掲載しています：

https://www.47news.jp/culture/education/gakuryoku_2022 （参照 2023-1-17）

[3] 秋田県の子どもの学力が「13 年連続トップクラス」なワケ：

<https://diamond.jp/articles/-/283900?page=2> （参照 2023-1-17）

[4] 令和 3 年度全国学力・学習状況調査 回答結果集計 [児童質問紙回答] 秋田県－児童：

https://www.nier.go.jp/21chousakekkahoukoku/factsheet/05_akita/05p_21ag.pdf （参照 2023-1-17）

[5] 探求授業とは？4 つの過程とメリットデメリットを詳しく解説！：

<https://www.jhsu.ac.jp/befriend/trivia/431/> （参照 2023-1-17）

[6] 令和 3 年度 全国学力・学習状況調査 調査結果資料：

<https://www.nier.go.jp/21chousakekkahoukoku/factsheet/prefecture-City.html> （参照 2023-1-17）

[7] ~~廃校~~になった公立小・中学校の「再活用」問題 …意外と多い企業&創業支援施設への転用(鷲尾香一)：<https://www.j-cast.com/kaisha/2022/04/10434515.html?p=all> （参照 2023-1-17）

[8] 廃校施設の 2 割が活用されず 老朽化や地域の要望なく：

https://www.kyobun.co.jp/news/20190326_01/ （参照 2023-1-17）

[9] 廃校が水族館に変化！むろと廃校水族館誕生の経緯を聞いた：

<https://news.mynavi.jp/article/shikoku2020-1/> （参照 2023-1-17）

[10] みなとやま水族館：

<https://minatoyama.jp/> （参照 2023-1-17）

[11] 水族館事業の展望 水族館の“マスカルチャー化”時代における集約：

<http://web-aquarium.net/leisure/index.html> （参照 2023-1-17）

[12] Scratch.Jr：

<https://www.scratchjr.org/> （参照 2023-1-18）

[13] AeTec Robo：

<https://www.artec-kk.co.jp/artecrobo/ja/> （参照 2023-1-18）

[14] プログラミング講師に資格は不要！あると役立つ資格を紹介：

<https://education-career.jp/magazine/career/2020/programming-teacher/> （参照 2023-1-17）

[15] スケッチオーシャン：

<https://education-career.jp/magazine/career/2020/programming-teacher/> （参照 2023-1-17）

[16] 照明で高める、映画館の安全性と非日常感：

<https://fujimedica.com/waterlight-undergroundlight-movie-hall> （参照 2023-1-17）

[17] 県内で唯一！1500 万年前のパレオパラドキシアの化石：

<https://www.city.tsuyama.lg.jp/city/index2.php?id=2312> （参照 2023-1-18）

なぎビカリアミュージアム：

<https://www.town.nagi.okayama.jp/bikaria/> （参照 2023-1-18）

[18] 校庭や農地の水はけ改善！最適な暗渠は水管の選び方：

https://www.taiyokogyo.co.jp/blog/civil_engineering/a279 （参照 2023-1-17）

[19] 室内環境を改善！外断熱工法による体育館屋根の改修工事：

<https://www.sanyokougyou.co.jp/kohou/sotodannetsu-roof/> （参照 2023-1-17）

[20] 和田洋六：.図解入門 よくわかる最新水処理技術の基本と仕組み 第3版，株式会社秀和システム，(2022)26-29

[21] スタンプラリーは本当に有効なのか？景品はどうするべきか。その答えは：

https://www.badge-man.net/bmwp/column/stamp_rally/ （参照 2023-1-18）

[22] Canva 公式サイト

<https://www.canva.com/> （参照 2023-2-13）