

全系横断演習 I・II における 数学的観点からの英文学解析とその教育的効果

堀 秀暢* 寺阪 公希** 森本 匠海** 森山 凌冴**

Analysis of English Literature from a Mathematical Perspective in Course “Trans Exercise of All Program I・II and Its Educational Effects”

HORI Hidenobu, TERASAKA Kouki, MORIMOTO Takumi, MORIYAMA Ryouga,

This research attempts to analyze literary expressions in Alice’s Adventures in Wonderland from numerical and mathematical aspects such as speed, mass, and tesseract movement. One of Carroll’s titles was mathematician, and he has worked as a mathematics lecturer at Oxford University. Because of this background, his literary works contain mathematical elements. This paper presents specific calculation formulas and processes for the events, and analyzes the events of the story from a mathematical viewpoint, including basic concepts and properties. This paper focuses on “Alice’s fall,” “the amount of Alice’s tears,” and “Alice’s existence from the viewpoint of the tesseract movement.”

Key Words: English literature, Mathematics, Tesseract

1. はじめに

2021年度全系横断演習Iおよび2022年度全系横断演習II前期において、筆頭著者である堀が開設した「ルイス・キャロルの作品『不思議の国のアリス』を数学的観点から分析する」のテーマに、情報システム系の学生が集い研究活動を行った。本報告では、『不思議の国のアリス』の文学的表現を速度や質量の数値を用い、数学的側面からの分析を試みるという学生の教育的効果について論じるものである。

キャロルはその肩書の1つに数学者があり、オックスフォード大学で数学講師として勤めた経歴がある。こうした背景があるため、彼の文学作品には数学的要素が含まれる。例えば、アリスが穴に落ちる場面に関して Gardner は歴史的事実の観点から “In Carroll’s day there was considerable popular speculation about what would happen if one fell through a hole that went straight through the center of the earth.” (13)と指摘する。

Gardner はこれに加えて、空気抵抗やコリオリの定理にも言及しているが、作中の描写における明確な数値化は行っていないため、数学的観点から作品を解析することには意義がある。

本稿では事象についての具体的な計算公式と過程を示し、物語の事象を数理的に捉え、基礎的な概念・性質などを分析する。特に、「アリスの落下」「アリスの涙の量」「4次元立方体の動きから見たアリスの存在」に注目し、学生の分析の様子を報告する。

2. アリスの落下速度の算出

本節では、*Alice’s Adventures in Wonderland* において、主人公であるアリスがウサギの穴を落ちる場面から、距離、速度、時速を算出する。白ウサギと出会ったアリスは後を追ひ穴に飛び込む。

Down, down, down. Would the fall *never* come to an end? “I wonder how many miles I’ve fallen by this time?” she said aloud. “I must be getting somewhere near the centre of the earth.” (AAW 18)

原稿受付 令和4年9月16日

*総合理工学科 機械システム系

**総合理工学科 情報システム系 4年

著者である学生らは、上記の場面からアリスが地球の中心まで落ちると仮定した。

我々の問いは、もしアリスが地球の中心を通り抜けて、地球の反対側まで到達したとするとといったどのくらいの時間がかかるのだろうかというものであった。まず、地球の半径を $R=6,437\text{km}$ とし、空気抵抗のない自由落下の運動の公式から、地球の中心までの到達時間の算出を試みた。当然、地球内部では $g=9.8\text{m/s}^2$ ではないが、今回はあえてこの値を用いて計算を行った。

$$R = 6,473 \text{ km}, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

これより、地球の中心までの落下時間は

$$t = \sqrt{2R/g} = \sqrt{2 \cdot 6437000/9.8} = 1146.155\text{s}$$

となる。したがって、地球の反対側までの到達時間は、

$$1146.11 \times 2 = 2292.23\text{s}$$

時間単位を分に直すと、

$$2292.23/60 = 38.20 \text{ 分}$$

よって、アリスは $12,874\text{km}$ を約 38.2 分かけて落下していたと考えられる。

また、地球の中心付近での時速を算出すると

$$\begin{aligned} v = gt &= 9.8 \times 1146.155 \times 60^2 \times 10^{-3} \\ &= 40,436 \text{ km/h} \end{aligned}$$

となる。以上のことから、初速 0 km/h で落下したアリスは、どんどん加速し、約 19 分後、地球の中心で 40436 km/h に達する。その後、速度は減速し、約 38.2 分後、アリスは速度 0 km/h で地球の反対側に到達するという計算結果が得られた。

次に、空気抵抗を加味した計算を試みた。アリスが落下を始めてから t 秒後たつた後のアリスの速度 $v(t)$ は、ニュートンの方程式

$$m \frac{d}{dt} v(t) = mg - kv(t) \quad (1)$$

を満たすと考える。ここで、 m はアリスの体重、 k は空気抵抗係数である。これより

$$\frac{d}{dt} v(t) + \frac{k}{m} v(t) = g \quad (2)$$

となる。(2)の両辺に $e^{\frac{k}{m}t}$ を掛けると、

$$e^{\frac{k}{m}t} \cdot \frac{d}{dt} v(t) + e^{\frac{k}{m}t} \cdot \frac{k}{m} v(t) = g \cdot e^{\frac{k}{m}t} \quad (3)$$

である。積の微分公式を用いると、(3)の左辺は

$$e^{\frac{k}{m}t} \cdot \frac{d}{dt} v(t) + e^{\frac{k}{m}t} \cdot \frac{k}{m} v(t) = \frac{d}{dt} \left(e^{\frac{k}{m}t} \cdot v(t) \right) \quad (4)$$

となる。したがって、(3)は

$$\frac{d}{dt} \left(e^{\frac{k}{m}t} \cdot v(t) \right) = g \cdot e^{\frac{k}{m}t} \quad (5)$$

となる。両辺を時間区間 $[0, t]$ で積分すると

$$e^{\frac{k}{m}t} \cdot v(t) - v(0) = \frac{mg}{k} \left(e^{\frac{k}{m}t} - 1 \right) \quad (6)$$

を得る。アリスが自由落下しているという仮定から、 $v(0) = 0$ であり、これより t 秒後たつた後のアリスの速度 $v(t)$ は以下の式で与えられることがわかる。

$$v(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right) \quad (7)$$

さらに、落下距離 $x(t)$ を求めるために、(7)を時間区間 $[0, t]$ で積分すると、

$$x(t) = \frac{mg}{k} \left(t + \frac{m}{k} e^{-\frac{k}{m}t} - \frac{m}{k} \right) \quad (8)$$

が得られる。さて、アリスの体重を $m = 30\text{kg}$ とし、空気抵抗係数 $k = 0.24 \text{ kg/m}$ とすると、

$$v(t) = \frac{30 \cdot g}{0.24} \left(1 - e^{-\frac{0.24}{30}t} \right) \quad (9)$$

$$x(t) = \frac{30 \cdot g}{0.24} \left(t + \frac{30}{0.24} e^{-\frac{0.24}{30}t} - \frac{30}{0.24} \right) \quad (10)$$

となる。 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ とし、 $x(t) = 6437 \times 10^3$ となる時間、すなわち中心までの時間を求めると、約 5380 秒 (90 分) となる。そして、このときの速度を求めると、 4410 km/h という結果が得られた。

空気抵抗を無視した場合のアリスの地球の中心付近での速度は 40436 km/h 、抵抗を考慮した場合は $4,410 \text{ km/h}$ と、数値の変化は確認できた。これを音速に換算すると、それぞれマッハ 34 とマッハ 3.7 となる。それらはどちらも音速を超えており、人体が耐えられる速度ではない。

さて、作中で落下したアリスが着地する様子は以下のとおりである。

[W]hen suddenly, thump! thump! down she came upon a heap of sticks and dry leaves, and the fall was over. Alice was not a bit hurt, and she jumped up on to her feet in a moment[.] (AAW 19)

この場面では、“thump”(どさつ)といったオノマトペが用いられており、重いものがぶつかる様子が表現されているが、高速で何かが地面に叩きつけられて潰れるといったものではない。また、その後、アリスは少しも怪我をしていないといった記述もなされている。こうした点から、今回の運動方程式によって得られた落下速度から想定される物理現象と、作中での表現には相違が生じている。

このように、キャロルの作品には物理的事象が描かれるため、計算することは可能であるが値としては非現実的なものであることが判明した。また、算出された時速の値に対して、アリスが落下する場面

ではそのような速度で描かれていないため、今後はその点を解明する必要がある。

3. アリスの涙の量の数値化

これまで、学生らはアリスが穴を落ちる場面について分析を行ってきた。本節では、「アリスの涙の量」に焦点を当て、彼らが導き出したアリスの流した涙の量について記載する。アリスは涙を流したあと、自身の体の大きさが縮小し、その涙の池に入り込む。“[S]he soon made out that she was in the pool of tears which she had wept when she was nine feet high.”(AAW 28)この描写から身体が縮小したアリスの視点から、彼女を取り巻く涙の量を算出した。

人間が流す涙 1 粒は個人差はあるが、約 0.02mL である。涙を流していた時点のアリスの大きさは縮小する前と比較すると 2 倍以上であり、この数値を通常の身体の大きさに適用すると 9 フィート(=2.7m)となる。また、“[S]he went on all the same, shedding gallons of tears, until there was a large pool all round her, about four inches deep and reaching half down the hall.”(AAW 24-25)「アリスは何ガロンもの涙を流した。」という描写から、1 ガロン約 3.75L としたうえで、今回は 5 ガロン流したと仮定した。学生たちが導き出した結果は以下のとおりである。アリスが流した涙の粒は $18.75L = 18,750mL$ $18750/0.02=937500/2$ から約 467,850 粒前後流していることとなる。通常、一日に子供が分泌する涙の量は約 1.35 mL であり、アリスが流した涙の量と比較すると、 $18,750mL/1.35mL=13888.88... \div 14000 \Rightarrow$ 約 14,000 日(38 年)分の涙を流していることとなる。また、人間が一生に流す涙は約 65L であり、この数字を基に計算すると、 $18.75/65*100=28.84... \div 29$ つまり、アリスは普通の人間が一生に流す涙のうちの約 29%の涙を流したこととなる。

以上のように、我々は今回「涙の池」の言葉と、アリスが涙を流す描写から、池の水量を算出することを試みた。今後は、こうして算出された具体的な数字が作品を分析する上で働きに焦点を当てていきたい。

4. 4次元立方体の動きを用いた解析

最後に、キャロル作品の場面における空間表現に関して数値では説明しきれない箇所を、4次元立方体の理論と照応しながら分析する。

4次元立方体の3次元投影モデルは、4次元からの視点を連続的に動かすことで、内側と外側が入れ替わるものである。その動きは内側の立方体が外側にめくれ出て、内側と外側の空間が入れ替わり続けるというものであ

る。当然、第4の軸からの視点を変えることで、投影された物体の形は変化する。

キャロルの作品に、この4次元立方体の動きに通ずる表現がある。以下はアリスと赤の王様が登場する場面である。

“He’s dreaming now,” said Tweedledee: “and what do you think he’s dreaming about?”

Alice said “Nobody can guess that.”

“Why, about you!”

Tweedledee exclaimed, clapping his hands triumphantly.

“And if he left off dreaming about you, where do you suppose you’d be?”

“Where I am now, of course,” said Alice.

“Not you!” Tweedledee retorted contemptuously.

“You’d be nowhere. Why, you’re only a sort of thing in his dream!”

“If that there King was to wake,” added Tweedledum, “you’d go out-bang!-just like a candle!”

(TLG 164)

この場面では、アリスは眠っている赤の王の夢の中の登場人物であると説明がなされる。つまり、アリスは自分の存在を自覚しているが、実はそれは他人の夢の中の事象に過ぎないのである。この主張が真であるとしたら、王様の夢の中に、王様自身が認識しているキャラクターとしてアリスが登場し、そのアリスが目の中の王様を認識するという「認識の無限ループ」が描かれる。これは単純な入れ子構造では説明できないため、4次元立方体が3次元投影されることで起こる「めくれ続ける動き」で説明が可能であると考えられる。

5. まとめ

ルイス・キャロルの作品を学生達と読み、計算を行うことで、工業高等専門学校における、学生たちとの英文学研究のあり方が明らかとなった。今回のように、研究手法として数学や物理を導入することで、作品の新たな研究可能性の発見と、学生たちの需要の両方を満たすことができた。こうした手法を用いると、文学的表現から物理モデルを考察できる良い教育的機会が得られることがわかった。この演習による具体的な教育効果としては、以下の3点が挙げられる。1つ目は、学生たちが文学作品を理工学の観点から読むことができたということである。2つ目は、人間がかかわる物語である文学と理工学が結びつくことで、理工学的知識とそれを扱う人間についても学生たちが考えるきっかけになったこ

とである。3つ目は、この演習を通して、学生たちが英語に触れる機会が増加したという点である。今後は、分析によって得られる値の正確性を向上させるとともに、その値が物語中でどのような機能を果たすのかといった意味付けを行っていく必要がある。今後も、英文学を分野横断的手法を用いて、学生たちと研究を進めていきたい。

謝 辞

数式と値の確認に協力頂いた、本校、山中聡先生に感謝する。

参 考 文 献

- 1) Carroll, Lewis. *The Complete Illustrated Works of Lewis Carrol*. Chancellor Press, 1990. 本文中の引用については『不思議の国のアリス』を(AAW ページ数)、『鏡の国のアリス』を(TLG ページ数)とする。
- 2) ---. *The Annotated Alice: Alice's Adventures in Wonderland & through the Looking-Glass*, introduced and noted by Martin Gardner, W.W. Norton & Company, 2015.
- 3) ウィルソン・ロビン『数の国のルイス・キャロル』岩谷宏訳、ソフトバンククリエイティブ、2009.
- 3) キャロル・ルイス『ルイス・キャロルの知的ゲーム』鈴木瑠璃子、長島富太郎編訳、大修館書店、1989.
- 4) フィッシャー・ジョン『キャロル大魔法館』高山宏訳、河出書房新社、1978.
- 5) 宗宮喜代子『ルイス・キャロルの意味論』大修館書店、2001.
- 6) 鈴木瑠璃子、長島富太郎編訳『ルイス・キャロルの知的ゲーム』大修館書店、1989.
- 7) excite ニュース (ヒトが一生に泣く量は? ヒトが一生に泣いている時間は? 涙に関する“あれこれ”まとめてみた!): https://www.excite.co.jp/news/article/Nicheee_1974618/ (参照 2022-09-15).