

スチール直定規を用いた光波長測定

佐藤誠*

Measuring the wavelength of light with a metal ruler

Makoto SATO

An surprisingly easy method of measuring the wavelength of light based on diffraction from the indentations of a metal ruler, that has been reported in an article of the OSA magazine, is discussed with results and error estimation. This method is suitable for a student experiment in optics.

Key words : wavelength of light, He-Ne laser, steel ruler, grating

1. はじめに

干渉を利用して光の波長を測定するには、波長程度の寸法の構造が必要と常識的には考えられる。たとえば、ニュートンリングを利用する場合は、波長オーダーの間隙を正確に構成できるように曲率が正しく研磨加工された凸レンズが必要である。また、回折格子を用いる場合、波長オーダーの格子ピッチが形成されている必要がある。このように光の波長測定には特殊な機材が必須と通常は思われがちである。ところが身近にあるスチール直定規を用いて光の波長を測定できることが学会誌の記事で紹介されていた¹⁾。その記事によると、スチール直定規の目盛り部分に低い角度でレーザー光を照射すると、定規に刻まれた目盛りが回折格子となって回折パターンを得ることができると説明されており、測定の手順や結果が報告されている。私は、この実験を授業における教示実験や学生実験のテーマとして適していると興味を持った。実際、レーザーポインタとスチール直定規をポケットに忍ばせて授業中に回折光パターンを学生に見せることを何度か試みた。手近な材料で手軽に回折現象をデモンストレーションできるので学生に対する教示的効果は高い。また、光干渉の興味深い練習問題でもある。本稿は、学生実験用のHe-Neレーザーを光源として、この方法により波長測定した結果報告である。文献1)に記載されている測定精度は3桁 ($0.633 \pm 0.003 \mu\text{m}$) で測定誤差や精度についての詳細な説明はない。本稿では、測定精度に影響を与える幾何学的な実験系の設定について実験的、理論的に検討した。学生実験のテーマとして採用する際に本稿の議論は参考になるだろう。

2. 測定原理

測定に必要な機材は、光源のレーザーと回折格子となるスチール直定規、および回折光パターンの距離を計るための巻尺である。図1にスチール直定規の目盛り部分を示す。目盛りの刻み部分はおそらく薬液でエッチングされて削られており、個々の目盛り間の平坦部分（光を反射する領域）の幅はばらついているが目盛りの平均間隔は精度が高いと思われる。図1に示す側の目盛りは0.5mmで刻されているが、もう一方は1.0mm間隔である。

図2は、スチール直定規での回折の様子を説明した図である。レーザー光に対して角度 θ ほど傾けて定規を置き、表面で反射させ、 n 次回折光が角度 η_n に進むとすると、次の関係式が成り立つ。

$$d \{ \cos \theta - \cos(\eta_n - \theta) \} = n \lambda \quad (1)$$

ここで d は目盛りの刻みピッチ、 λ は光の波長であ

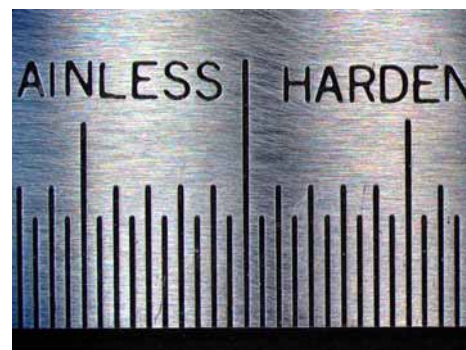


Fig. 1 Close-up of a steel ruler.

原稿受付 平成18年8月31日

*一般科目 satom@tsuyama-ct.ac.jp

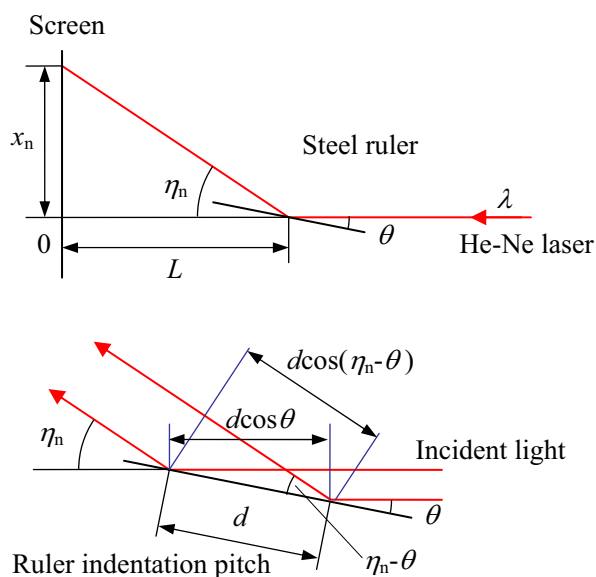


Fig. 2 Geometry of the diffraction pattern from the indentations of the ruler. Lower diagram illustrates of the optical path difference.

る. η_n は次式によりスクリーン上の回折光の位置 x_n と定規にレーザー光が入射した位置からスクリーンまでの距離 L を計測することで得られる.

$$\eta_n = \tan^{-1}(x_n/L) \quad (2)$$

回折光位置の原点 O は, 定規の無い状態でレーザー光を直進させたときのスクリーン上の光点を用いる. また, スチール直定規の傾斜角 θ は 0 次の回折光の位置 x_0 から次式により求まる.

$$\theta = (1/2) \tan^{-1}(x_0/L) \quad (3)$$

0 次回折光は通常の鏡面反射なので, $\eta_n = 2\theta$ の関係である. スクリーン上では最も明るい光点であるので容易に確認できる.

3. 測定

測定系を図 3 に示す. 光源には学生実験用の He-Ne レーザーを用い, 光線の水平を確保するためにビニールチューブに水を詰めた水準器を用いた. スチール直定規に光線が入射する位置からスクリーンまでの距離はおおよそ 5m で, 水平の誤差は mm 程度である. 天井から錘で吊るした金巻尺をスクリーンに用い, 鉛直を確保した. 回折光点列がスクリーン上に鉛直に並ぶようにスチール直定規を載せた台の左右の傾きを薄いアルミ板を台の下に挿入することで調整した. 定規の前後方向の傾斜角 θ も同様の方法で調整した. 図 4 にレーザー光が定規に入射してい

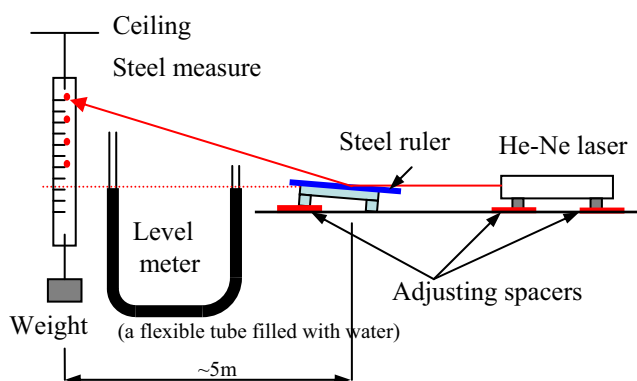


Fig. 3 Diagram of the experimental setup.

る様子を示す. スチール直定規の傾斜を調整すると, 光線が定規に入射する位置が変わり, したがって距離 L が変化する. 机上の白い三角のマーカは距離の基準を表し, この基準位置からのスクリーンまでの距離 (5m 程度) を mm の精度であらかじめ計測しておき, 測定ごとにこの基準からのレーザー光の定規への入射位置 (数 cm 程度) を測定して基準長から減算して距離 L を求めた. 図 5 はスクリーンの様子である. 巻尺を用いたので, 座標を直接読み取ることができ便利である. 当初, 実験室の壁をスクリーンに使用することを試みたが鉛直を確保することが困難であった. 同様にレーザー光線の水平も実験室の床面を基準にすると 5m で数 cm のずれを生じ測定に支障をきたすことがわかった. 安易に建物の床や壁を基準にすることは避けたほうがよい.

図 6 は実際に測定している様子である. 昼間は実験室内が明るく高次の回折光を読み取ることが困難であったため夜間に測定を行った. 昼間でも 5 次程度の回折光までは十分読み取ることができるので簡易な計測であれば通常の室内でも可能である. 定規の傾斜角は 2 度前後が適当である. 角度が高いと回折光の点列が詰まって分離しづらい. また, 光回折に寄与する目盛りの数が少なくなるので目盛りのピッチ誤差の平均化の効果が低くなり測定精度が下がる可能性がある. 逆に角度が低すぎると各光点の歪が大きくなり中心を読み取ることが難しくなる傾向がある.

スチール直定規の 1mm 目盛りと 0.5mm 目盛りについてそれぞれ傾斜角を変えて測定した. その結果を図 7 に示す. グラフは縦軸に $n\lambda$, 横軸に回折光の次数 n として各回折光点のデータをプロットしてある. 1mm 目盛りでは 20 次以上の点列まで読み取ることができた. 0.5mm 目盛りでは光点列がまばらになるので 10 次程度までである. 測定が正しく行われておればグラフ上の点列は原点を通る直線上に並び, グラフの傾斜が波長を与える. 学生実験では測定の実質を自分で視覚的にチェックできることは有用であ

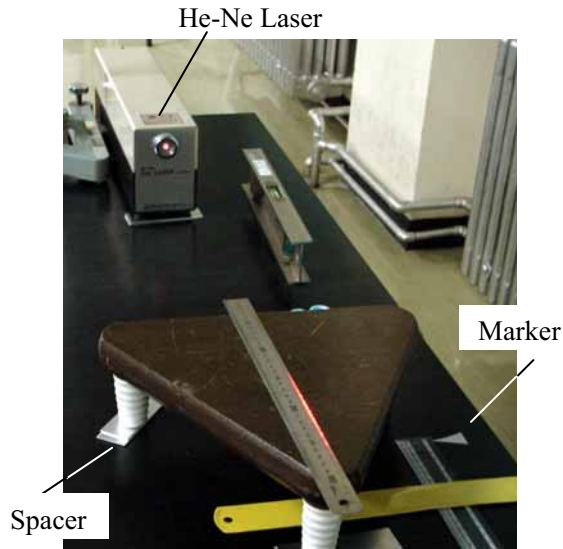


Fig. 4 Set-up of the He-Ne laser and the steel ruler.

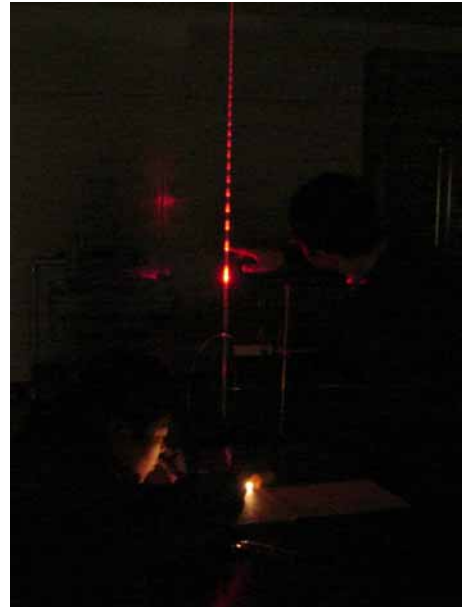


Fig. 6 Reading the position of diffraction pattern.



Fig. 5 Screen (steel measure) and the diffraction pattern of the light.

る．一次関数で最小二乗法回帰分析を行い波長を求めた．グラフ内に数値を記した．1mm目盛りを用いて， $632.6 \pm 0.8 \text{ nm}$ ， $632.0 \pm 0.5 \text{ nm}$ ，0.5mm目盛りで，

$630.6 \pm 3.8 \text{ nm}$ ， $633.9 \pm 0.8 \text{ nm}$ の値を得た．計測に適した2度前後の定規傾斜角の付近では傾斜角を高めにした方が精度は高くなるようである．これは，直定規の反りが原因と思われる．傾斜角を低くすると広い範囲に光線が入射し，定規の反りのため傾斜角が分布を持ち光点が歪むことが原因のようである．目盛り間隔については，0.5mmより1mmの方で高い精度が得られている．目盛りの刻み精度はどちらも同じであると考えられるので，間隔が狭いだけ相対的な精度は低下する．この結果はそれを反映していると思われる．ちなみにHe-Neレーザーの中心波長は 632.82 nm である．この値を真値として今回得た測定値と比較すると，この方法により3桁から4桁の測定精度が得られることが確認できる．この測定精度は基本的にはスチール直定規の目盛り刻みの精度を反映したものであると推定される．

4. 測定誤差

予備測定においてレーザー光線の水平を実験室の床面を基準にしてとったところ図8に示す結果を得た．得られた波長は， $624.7 \pm 1.0 \text{ nm}$ と真値からのずれが大きい．先に説明したように水準器を用いて確認したところ光線に-3cm程度の傾斜が確認された．これが誤差の原因であると考えられる．文献1)ではレーザー光線は水平である前提で説明されているが，要は光線に対するスクリーンの垂直度が重要なのである．スクリーンがレーザー光線に対して垂直から δ ほど傾斜して，本来の交点の位置 x_n が傾斜したスクリーン上で x'_n に計測されるとすると，次の関係式が成り立つ(図9)．

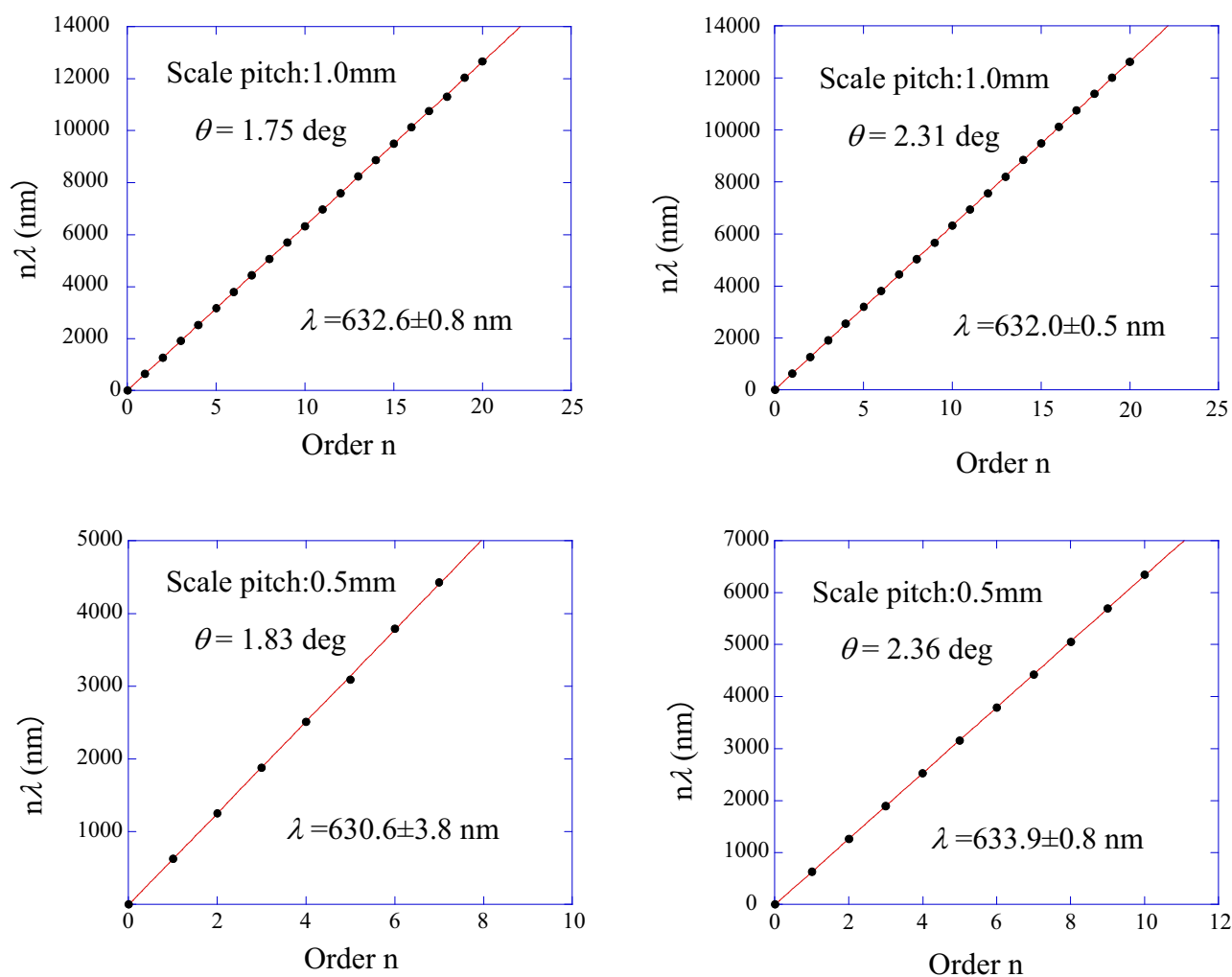


Fig. 7 The wavelength obtained from series of the diffraction spots data.

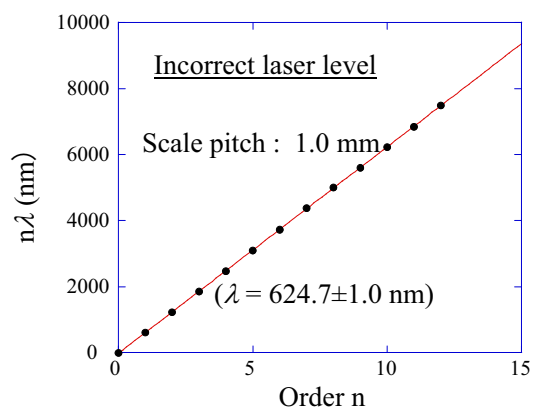


Fig. 8 A result obtained with the incorrect set-up where the level of laser light is a bit tilted (-3cm for 5m).

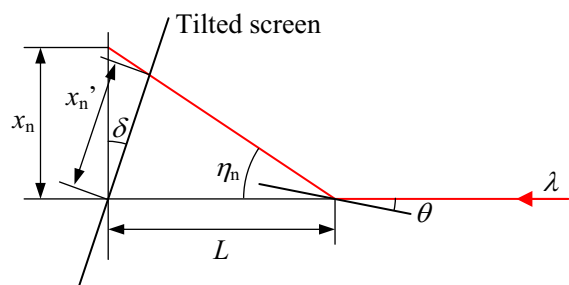


Fig. 9 Geometry of the diffraction pattern when the screen or the laser light is tilted

$$x_n = x_n' (\cos \delta + \sin \delta \tan \eta_n) \quad (4)$$

傾斜角 δ , 回折角 η_n が低いとして近似すると, 式 (4) は次のように簡略化される.

$$(x_n' - x_n) / x_n = -\delta \eta_n \quad (5)$$

これは計測される回折光点位置の読み取り相対誤差である. この関係を式 (1) に代入して計測される波長の相対誤差を求めると次式のように求まる.

$$(\lambda_n' - \lambda_n) / \lambda_n = -2 \delta \eta_n \quad (6)$$

すなわち, 相対誤差は回折角 η_n とスクリーン (あるいはレーザー光線) の傾き δ の積になることがわかる. また, 高次の回折光ほどスクリーンの傾きの影響を誤差として受けやすいことがこの関係式からわかる.

5. まとめ

スチール直定規で光の波長を測定できるという意表をついた実験を取り上げ, 学生実験のテーマとしての検討を行った. 実験系の設定においてレーザー光線の水平やスクリーンの垂直度が重要であること, 適正に測定が実行された場合, スチール直定規に刻まれた目盛りの精度に制限されるものの3桁から4桁程度の精度で光の波長を計測できることを確認した.

実験に積極的に協力していただいた数理科学 I 受講生, 青柳佑樹君, 藤原正浩君 (平成17年度制御工学科4年生) に感謝します.

参 考 文 献

- 1) K. Iizuka : Optics & Photonics News, June 2005, pp.25-29