ゼータ関数に対する研究

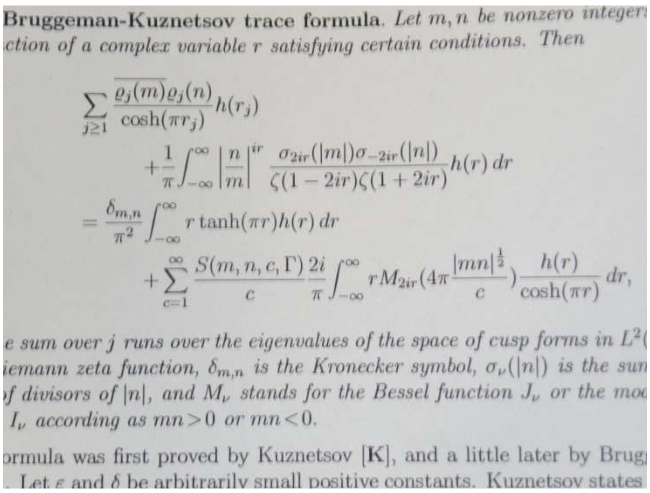
一般科目　教授
吉田英治
電子メール：yoshida@tsuyama-ct.ac.jp

研究内容

私の専門は整数論です。整数論にはいたるところにゼータ関数と呼ばれる複素関数が現れます。そのゼータ関数の性質を調べることが整数論では重要な研究課題となっています。私は特に Kloosterman ゼータ関数と Riemann ゼータ関数に対する研究を行っています。

研究の方針

私の研究では Kloosterman 和と呼ばれるある exponential sum が重要な役割を果たします。写真はこの分野で有名なある trace formula の一部を写したものです。この trace formula を用いて Kloosterman ゼータ関数に対しある評価を導こうというのが研究のおもな方針です。続いてKloosterman ゼータ関数の関数等式から Riemann ゼータ関数との関係が得られ、それを用いることにより Riemann ゼータ関数に対しても何か意味ある結果を導きたいという目標があります。



Bruggeman-Kuznetsov trace formula. *Let m, n be nonzero integer*
ction of a complex variable r satisfying certain conditions. Then

$$\sum_{j\geq 1} \frac{\overline{\varrho_j(m)}\varrho_j(n)}{\cosh(\pi r_j)} h(r_j) + \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{n}{m}\right|^{ir} \frac{\sigma_{2ir}(|m|)\sigma_{-2ir}(|n|)}{\zeta(1-2ir)\zeta(1+2ir)} h(r)\,dr$$
$$= \frac{\delta_{m,n}}{\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty} r\tanh(\pi r)h(r)\,dr + \sum_{c=1}^{\infty} \frac{S(m,n,c,\Gamma)}{c} \frac{2i}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} rM_{2ir}(4\pi\frac{|mn|^{\frac{1}{2}}}{c})\frac{h(r)}{\cosh(\pi r)}\,dr,$$

e sum over j runs over the eigenvalues of the space of cusp forms in L^2(
iemann zeta function, $\delta_{m,n}$ is the Kronecker symbol, $\sigma_\nu(|n|)$ is the sun
of divisors of $|n|$, and M_ν stands for the Bessel function J_ν or the moc
I_ν according as $mn>0$ or $mn<0$.

ormula was first proved by Kuznetsov [K], and a little later by Brug
. Let ε and δ be arbitrarily small positive constants. Kuznetsov states

研究目的

Riemann 予想は現在未解決の問題としてとても有名な予想です。そのような予想へのアプローチを自分なりに見つけることが出来たのは幸運なことだと思い、現在精力的に考察しています。

また、整数論の問題を考える中で生み出されてきた様々な手法は現在暗号理論などの応用数学の分野で盛んに使われるようになってきました。

純粋理論の問題解決を目指して作り出される手法がすぐに応用数学で使われるというのが現在の状況です。Riemann 予想解決に向けて作られる手法が応用数学に使われるようになれば、新たな世界が開けてくるのではないかと期待されます。